Klasa ....

Nazwisko i imię ....

MARZEC
ROK 2020

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY
Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1–15).
   Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) przenieś do tabelki odpowiedzi, a w zadaniu 5 zakoduj odpowiedź zgodnie z instrukcją zapisaną w treści zadania.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Prawa autorskie posiada SODMIDN w Kielcach
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i wpisz w tabelce poprawną odpowiedź.

Nr zadania	1	2	3	4
Zaznaczona odpowiedź				

Zadanie 1. (0-1)

Okrąg o równaniu $(x+8)^2+(y+4)^2=25$ jest styczny wewnętrznie do okręgu o środku $S=(0,2)$ i promieniu r, zatem

A. $r=10$ **B.** $r=15$ **C.** $r=5$ **D.** $r=20$

Zadanie 2. (0-1)

Liczba $2\log_9 15-\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}5$ jest równa

A. 0 **B.** 3 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 1

Zadanie 3. (0-1)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)=ax^3-x^2+3$ przez dwumian $x+2$ jest równa 3, zatem

A. $a=\frac{1}{2}$ **B.** $a=\frac{1}{8}$ **C.** $a=-\frac{1}{2}$ **D.** $a=-\frac{1}{8}$

Zadanie 4. (0-1)

Równanie $sin3x+2cos4x=4$ w przedziale $(-\pi;\ \pi)$

A. nie ma rozwiązań rzeczywistych

B. ma dokładnie cztery rozwiązania rzeczywiste

C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste

D. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste

Zadanie 5. (0-2)

Dane są zdarzenia losowe $A,B\subset\Omega$ takie, że $P(B')=\frac{1}{3}$ i $P(A\cup B)=\frac{4}{5}$. Oblicz $P(A\backslash B)$, gdzie zdarzenie $A\backslash B$ oznacza różnicę zdarzeń A i B. Zakoduj kolejno pierwsze trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 6. (0-3)

W trójkącie ABC długości boków spełniają warunki: $|BC| = 14$, $|AB| = 2|AC|$ oraz miara kąta wewnętrznego BAC jest równa 120^o. Oblicz obwód tego trójkąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 7. (0-3)

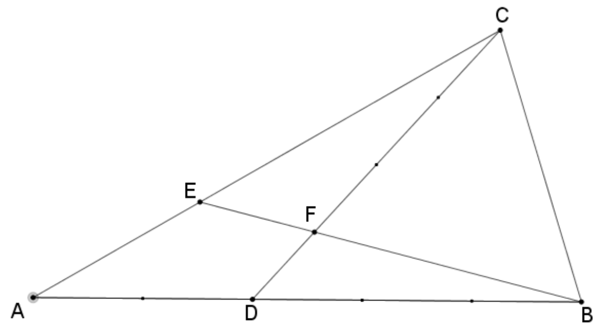
Rozwiąż równanie $2cos^2x = -3sinx$ w przedziale $\langle -\pi;\ 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ……

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 8. (0-3)

Na boku AB trójkąta ABC obrano punkt D w ten sposób, że $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{2}{3}$. Na odcinku CD obrano taki punkt F, że $\frac{|DF|}{|DC|} = \frac{1}{4}$ (popatrz na rysunek). Przez punkty B i F poprowadzono prostą, która przecięła bok AC w punkcie E. Uzasadnij, że stosunek pola trójkąta AEB do pola trójkąta ECB jest równy $5:9$.



Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 9. (0-4)

W kopercie znajduje się 5 kartek oznaczonych cyframi $1, 2, 3, 5, 6$. Losujemy trzykrotnie kartkę za każdym razem zwracając ją do koperty. W ten sposób otrzymujemy trzy kolejno wylosowane liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich liczb, aby ich iloczyn był podzielny przez 6.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt.	4
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 10. (0-3)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$2x^2 + 5y^2 - 4xy > 2x + 4y - 5$$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 11. (0-5)

Przez punkt $P = (2; 5)$ poprowadzono dwie proste będące stycznymi do wykresu funkcji $f(x) = -x^2 + 6x - 7$. Wyznacz równania tych stycznych oraz współrzędne punktów styczności.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt.	5
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 12. (0-5)

W trójkącie prostokątnym równoramiennym ABC miara $\measuredangle B$ jest równa 90^o. Przyprostokątna AB tego trójkąta zawiera się w prostej k o równaniu $y = 2x + 7$. Wierzchołek $C = (2, 2)$. Wyznacz współrzędne wierzchołków A oraz B.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt.	5
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 13. (0-5)

Rozwiąż nierówność $\sqrt{x^2-4x+4}+|4-x| \geq 20log_{32}4$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt.	5
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 14. (0-6)

Dany jest trójmian kwadratowy określony wzorem $f(x) = (m+2)x^2 + (3m+1)x + 3m + 1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których suma kwadratów dwóch różnych miejsc zerowych trójmianu f jest większa lub równa 1.

Odpowiedź: ……

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt.	6
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 15. (0-7)

W ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy 10 i wysokości 12 wpisano graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy x tak, że jego podstawa zawiera się w podstawie ostrosłupa, a wierzchołki drugiej podstawy należą do krawędzi bocznych tego ostrosłupa. Wyznacz pole powierzchni całkowitej tego z rozpatrywanych graniastosłupów, którego objętość jest największa.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt.	7
	Uzyskana liczba pkt.	