



ZADANIA

TYPU PRAWDA-FALSZ

ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH

Z MATEMATYKI

**SAMORZĄDOWY OŚRODEK
DORADZTWA METODYCZNEGO
I DOSKONALENIA NAUCZYCIELI
w Kielcach**

ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH

Nowy typ zadań maturalnych z matematyki (poziom podstawowy)

ZADANIA TYPU PRAWDA – FAŁSZ

Każdy nauczyciel zobowiązany jest do zorganizowania procesu nauczania matematyki w ten sposób, aby absolwenci szkół ponadpodstawowych mieli możliwość zdania egzaminu maturalnego. W informatorze maturalnym określono typ zadań maturalnych, które pojawią się w arkuszach maturalnych od roku 2023, a mianowicie:

Zadania zamknięte to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych.

Wśród zadań zamkniętych znajdują się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego,
- **zadania typu prawda-fałsz,**
- **zadania na dobieranie.**

Zadania otwarte to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź. Wśród zadań otwartych znajdują się m.in.:

- **zadania z luką,**
- zadania krótkiej odpowiedzi,
- zadania rozszerzonej odpowiedzi.

W podręcznikach szkolnych nie ma zadań nowego typu (**prawda-fałsz, na dobieranie i z luką**), a jeśli są to w śladowych ilościach.

Założeniem autorów tej pracy jest pomoc nauczycielom w doborze zadań przygotowując młodzież do zdawania matury z matematyki na poziomie podstawowym.

Zbiór ten jest efektem pracy nauczycieli szkół ponadpodstawowych w ramach warsztatów organizowanych przez Samorządowy Ośrodek Doradztwa Metodycznego i Doskonalenia Nauczycieli w Kielcach pod kierunkiem doradcy metodycznego Piotra Leszczyńskiego. Zawiera on zadania maturalne typu PRAWDA-FAŁSZ.

Na początku każdego działu przypominamy wymagania szczegółowe z matematyki na poziomie podstawowym określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla czteroletniego liceum ogólnokształcącego i pięcioletniego technikum.

Autorzy:

Beata Dobosz, Jolanta Grudniewska, Beata Leszczyńska, Piotr Leszczyński, Agnieszka Lisowska ,
Paulina Pióro-Patynowska, Joanna Sądel, Iwona Staniec, Katarzyna Śladkowska.

Spis treści

I. Liczby rzeczywiste.	4
Odpowiedzi do rozdziału I	9
II. Wyrażenia algebraiczne.	10
Odpowiedzi do rozdziału II	15
III. Równania i nierówności.	16
Odpowiedzi do rozdziału III	19
IV. Układy równań.....	20
Odpowiedzi do rozdziału IV	22
V. Funkcje.	23
Odpowiedzi do rozdziału V	29
VI. Ciągi.....	30
Odpowiedzi do rozdziału VI	33
VII. Trygonometria	34
Odpowiedzi do rozdziału VII	38
VIII. Planimetria	39
Odpowiedzi do rozdziału VIII	42
IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.....	43
Odpowiedzi do rozdziału IX	46
X. Stereometria.....	47
Odpowiedzi do rozdziału X	50
XI. Kombinatoryka.....	51
Odpowiedzi do rozdziału XI	54
XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka	55
Odpowiedzi do rozdziału XII	56
XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.	57
Odpowiedzi do rozdziału XIII	58

I. Liczby rzeczywiste.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- 2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż:
 - a. dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,
 - b. dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;
- 3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- 4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- 5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $a^x < a^y$, zaś gdy $x > y$ i $0 < a < 1$, to $a^x > a^y$;
- 6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 5$, $|x - 2| < 3$, $|x + 3| \geq 4$;
- 8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;
- 9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Dana jest liczba

$$x = \left(\frac{1}{8} - 2^{-2}\right) \cdot 64^{\frac{1}{3}}$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$x^3 = 0,125$	P	F
2.	Liczba x jest ujemna.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Dana jest liczba $x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}+3}\right)^{-2}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba x jest równa $11 + 6\sqrt{2}$.	P	F
2.	Liczba x jest ujemna.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Dana jest liczba

$$x = (2^{-3} - 4^{-1}) \cdot 16^{\frac{1}{2}}$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$x^2 = 0,25$	P	F
2.	Liczba x jest ujemna.	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Dany jest liczba $x = 2,0(3)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Na piątym miejscu po przecinku liczby x jest cyfra 0.	P	F
2.	Liczba x jest równa $\frac{67}{33}$.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Liczba $a = 3^{10} + 3^9 + 3^8 + 3^7$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba a jest podzielna przez 4.	P	F
2.	Liczba a jest większa od 3^{11} .	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Dana jest liczba $a = 2^5 \cdot 2^3$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość liczby a jest równa 4^8 .	P	F
2.	Połowa liczby a jest równa 4^4 .	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Liczba $a = \frac{2^7 + 8 \cdot 2^2}{10}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Połowa tej liczby to 8.	P	F
2.	Liczba ta należy do przedziału $(8; 10)$.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Liczba $p = 3^5 + 3^5 + 3^5$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$p = 9^3$	P	F
2.	$\frac{1}{3}p = 3^5$	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Liczba $a = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2}}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba a jest równa $2^{\frac{1}{7}}$.	P	F
2.	$a^6 = \sqrt{2}$	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

Liczba $p = \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$p^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{3}$	P	F
2.	$p^3 = 3^{\frac{3}{2}}$	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Liczba $a = \frac{\sqrt{48} - \sqrt{27}}{\sqrt{8}}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba ta należy do przedziału $(0; 0,5)$.	P	F
2.	Kwadrat tej liczby to $\frac{3}{8}$.	P	F

Zadanie 12. (0 – 1)

Dana jest liczba $x = \sqrt{2} - 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba odwrotna do x jest równa $\sqrt{2} + 1$.	P	F
2.	Liczba x^2 jest większa od 0,2.	P	F

Zadanie 13. (0 – 1)

Liczba $a = \log_3 \frac{81}{2} + \log_3 2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba a jest równa 3.	P	F
2.	Liczba a jest kwadratem liczby 2.	P	F

Zadanie 14. (0 – 1)

Dana jest liczba $a = \log_4 32 - \log_4 2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$a = \frac{\log_3 16}{\log_3 8}$	P	F
2.	a jest kwadratem liczby niewymiernej	P	F

Zadanie 15. (0 – 1)

Liczba $a = \log_4 \frac{16}{3} + \log_4 3$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$a = \log_2 4$	P	F
2.	$a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$	P	F

Zadanie 16. (0 – 1)

Liczba $a = \log 20$ i $b = \log 5$. Wartość wyrażenia:

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$a + b = 2$	P	F
2.	$a - b = \log 15$	P	F

Zadanie 17. (0 – 1)

Liczba $x = (\log_2 4 + 1)$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$x = \log_2 5$.	P	F
2.	Trzecia część liczby x jest równa $\log_2 2$.	P	F

Zadanie 18. (0 – 1)Liczba $a = 2 \log_3 \sqrt{3} - \log_5 1 + 4$.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

1.	$a = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{-2}$	P	F
2.	Liczba a jest liczbą ujemną.	P	F

Zadanie 19. (0 – 1)Liczba $a = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{10}} 5 + \log_{\frac{1}{10}} 2\sqrt{5}$ **Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

1.	$a^2 = 1$	P	F
2.	Liczba a jest nieujemna.	P	F

Zadanie 20. (0 – 1)Dana jest nierówność $|x - 2| \leq 3$ **Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

1.	Rozwiązaniem równości jest przedział $\langle -1; 5 \rangle$	P	F
2.	Najmniejszą liczbą całkowitą należącą do zbioru rozwiązań nierówności jest 1.	P	F

Zadanie 21. (0 – 1)Zbiorem rozwiązań nierówności $|x - 3| \leq 6$ jest przedział A .**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

1.	Do przedziału A należy sześć liczb pierwszych.	P	F
2.	Przedział A można zapisać następująco $\langle \log_2 \frac{1}{8}, -3^2 \rangle$.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału I

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Rozwiązanie	PP	PF	PP	FP	PF	FP	PF	PP	FP	PP	FP

Nr zadania	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Rozwiązanie	PF	FP	FP	PP	PF	FP	PF	PF	PF	FF

II. Wyrażenia algebraiczne.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na:
 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $a^2 - b^2$, $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$;
- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;
- 4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu
 $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$;
- 5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- 6) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;
- 7) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
- 8) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż:

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}, \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}.$$

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Wyrażenie $(x - y)(x + y)$ określone jest dla $x \in \{2, 3, 4\}$ oraz $y \in \{0, 2, 4\}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Najmniejsza wartość tego wyrażenia jest równa -12 .	P	F
2.	Wartość wyrażenia równa jest 0 gdy $x = y$.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Liczba $a = \sqrt{3} - 2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Kwadrat liczby a jest równy $7 - 4\sqrt{3}$.	P	F
2.	Wartość bezwzględna liczby a jest równa $2 - \sqrt{3}$.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Dane jest wyrażenie $(-a - 1)^2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrażenie to można zapisać w postaci $(a + 1)^2$.	P	F
2.	Wyrażenie to można zapisać w postaci $a^2 - 2a + 1$.	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Dana jest liczba $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Kwadrat liczby x jest równy 1.	P	F
2.	Odwrotność liczby x jest równa $3 + 2\sqrt{2}$	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Dane jest wyrażenie $a^2 - 8a + 16$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrażenie to można zapisać w postaci $(a - 4)^2$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia dla $a = 2$ jest równa -4 .	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Dane są wielomiany $W(x) = 2x + 3$ oraz $P(x) = 3x + 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$[W(x)]^2 = 2x^2 + 12x + 9$	P	F
2.	$[W(x) - P(x)]^2 = x^2 - 4x + 4$	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Dane są dwa wyrażenia: $(xy + 1)$ oraz $(x + y)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Iloczyn wyrażeń $(xy + 1)(x + y)$ jest równy $x^2y + xy^2 + x + y$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia $(xy + 1)$ dla $x = 1, y = -2$ jest równa 1.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Dany jest wielomian $x^3 - 6x^2 + 4x - 24$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian dla $x = 6$ przyjmuje wartość 0.	P	F
2.	Wielomian ma trzy pierwiastki rzeczywiste.	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Dane jest wyrażenie algebraiczne: $(x\sqrt{2} - 2)^2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrażenia to można zapisać w postaci: $2x^2 + 4$.	P	F
2.	Dla $x = \sqrt{2}$ wyrażenie to jest równe 0.	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

Dane są wielomiany $W(x) = x^3 - 2x + 3$ oraz $V(x) = x^3 + 2x^2 + 3x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Stopień sumy wielomianów W i V jest równy 6.	P	F
2.	Stopień iloczynu wielomianów W i V jest równy 6.	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = (x - 1)^2 + 4x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość wielomianu W dla $x = -1$ jest równa 0.	P	F
2.	Wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (x + 1)^2$.	P	F

Zadanie 12. (0 – 1)

Dane są wielomiany $W(x) = 2x^5 - 3x^4$ oraz $P(x) = 3x^4 - 2x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$W(x) + P(x) = 2x^5 - 2x$	P	F
2.	$W(-1) + P(0) = -1$	P	F

Zadanie 13. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = 4x^3 - 8x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian W można zapisać w postaci: $W(x) = 4x(x + 2)(x - 2)$	P	F
2.	$W(0) > W(-2)$	P	F

Zadanie 14. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 2x^2 + 9x - 18$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian W ma trzy pierwiastki rzeczywiste.	P	F
2.	Liczba 2 jest pierwiastkiem wielomianu W .	P	F

Zadanie 15. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba 2 jest pierwiastkiem wielomianu W .	P	F
2.	Wielomian ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty.	P	F

Zadanie 16. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^2 - 8x + 19$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Reszta z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x - 5)$ jest równa 2.	P	F
2.	Wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (x - 4)^2 + 3$	P	F

Zadanie 17. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = 4x^4 - 3x + 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian W nie ma pierwiastków będących liczbami całkowitymi.	P	F
2.	Liczba $W(2^{-1})$ jest ujemna.	P	F

Zadanie 18. (0 – 1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{1-x^4}{3x^2+3}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wykresem funkcji f jest parabola.	P	F
2.	$f(1) = 0$ i $f(-1) = 0$	P	F

Odpowiedzi do rozdziału II

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rozwiązanie	PP	PP	PF	FP	PF	FP	PF	PF	FP	FP

Nr zadania	11	12	13	14	15	16	17	18
Rozwiązanie	PP	PF	FP	FP	PP	FP	PP	PF

III. Równania i nierówności.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
- 5) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
- 6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
- 7) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Dane jest równanie $(x - 1)(x + 1) = x^2$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania.	P	F
2.	Rozwiązaniem równania są liczby -1 i 1.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Dane jest równanie $-3x^2 + 2x + 5 = 0$, którego pierwiastkami są liczby x_1, x_2 .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pierwiastki równania spełniają warunek $x_1^2 + x_2^2 \leq 4$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia $\frac{1}{3x_1} + \frac{1}{3x_2}$ jest równa $\left(-\frac{2}{15}\right)$	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Dana jest nierówność $(x - 2)(x + 3) \geq 0$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Do zbioru rozwiązań tej nierówności należy liczba $x = -2\sqrt{3}$	P	F
2.	Zbiorem wszystkich rozwiązań tej nierówności jest zbiór $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Dana jest nierówność $x^2 - x \leq 12$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wszystkie liczby naturalne należące do zbioru rozwiązań tej nierówności to: 0,1,2,3,4	P	F
2.	Liczba $(2\sqrt{6} - 1)$ należy do zbioru rozwiązań tej nierówności.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Dana jest równanie $3x^3 = 9x^2$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Iloczyn rozwiązań równania jest równy 0.	P	F
2.	Równanie to ma dwa rozwiązania $x = 0, x = 3$.	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Dane jest równanie $\frac{x^2-4}{(x-4)(x+4)} = 0$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Równanie to ma dokładnie dwa rozwiązania.	P	F
2.	Suma pierwiastków tego równania jest równa 0.	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Dane jest równanie $\sqrt[4]{4}x^4 - \sqrt[5]{5}x^5 = 0$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jednym z rozwiązań równania jest liczba 0.	P	F
2.	Równanie to jest równoważne równaniu $\sqrt[4]{4} - \sqrt[5]{5}x = 0$.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Dane jest równanie $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Suma pierwiastków równania jest różna od 0.	P	F
2.	Równanie ma dwa rozwiązania $x = 2$ i $x = 1$.	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Dane jest równanie $x^3 + 2x^2 - x + m = 0$. Liczba 1 jest pierwiastkiem równania.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Najmniejsze rozwiązanie równania jest liczbą parzystą.	P	F
2.	Równanie ma dwa rozwiązania całkowite.	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

Dane jest równanie $ax = -\sqrt[4]{81}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dla $a \neq 0$ równanie jest oznaczone.	P	F
2.	Dla $a = 0$ równanie jest nieoznaczone.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Dana jest nierówność $\frac{2x-1}{3} > x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Największą liczbą całkowitą należącą do zbioru rozwiązań tej nierówności jest liczba -2 .	P	F
2.	Zbiorem wszystkich rozwiązań tej nierówności jest przedział otwarty.	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Dana jest nierówność $2 - \frac{x-3}{2} < 5x + 2(4 - 2x)$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Do zbioru rozwiązań tej nierówności należy liczba $x = -3$	P	F
2.	Zbiorem wszystkich rozwiązań tej nierówności jest przedział $(-3, +\infty)$	P	F

Odpowiedzi do rozdziału III

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rozwiązanie	FF	PP	PF	PP	PP	PP	PF	FF	PF	PF	PP	FP

IV. Układy równań.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- 2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
- 3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie

kwadratowe, postaci $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases}$ lub $\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + e \end{cases}$.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Dana jest układ równań $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Rozwiązaniem tego układu jest para liczb $x = 2, y = 1$.	P	F
2.	Układ ten jest układem oznaczonym.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Dany jest układ równań $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 9x - 2y = 1 \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Rozwiązaniem tego układu jest para liczb $x = 2, y = 4$.	P	F
2.	Układ ten jest układem oznaczonym.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Układ równań $\begin{cases} y = -5x \\ y = -2x + 3 \end{cases}$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Nie ma rozwiązań.	P	F
2.	Ma dokładnie jedno rozwiązanie.	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

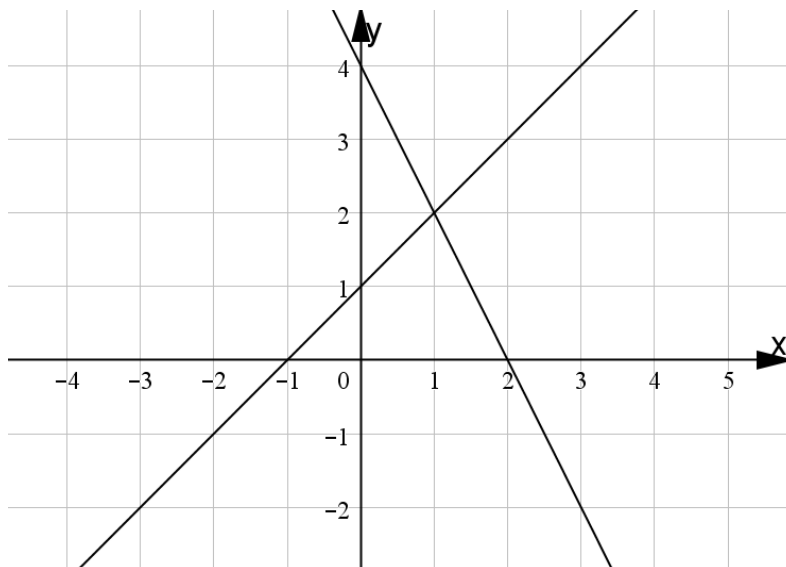
Dany jest układ równań $\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 2x - y = 14 \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Rozwiązaniem tego układu jest para liczb (x, y) , które spełniają warunki $x > 0, y > 0$	P	F
2.	Układ ten jest układem nieoznaczonym.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną układu równań.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Rysunek przedstawia interpretację geometryczną układu równań $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$	P	F
2.	Rozwiązaniem danego układu równań jest para liczb $(2, 1)$	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Dany jest układ równań $\begin{cases} x + y = 0 \\ y = x^2 - x + 1 \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Rozwiązaniem układu jest każda para liczb przeciwnych postaci $(x, -y)$ lub $(-x, y)$.	P	F
2.	Rozwiązaniem układu są pary liczb $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ oraz $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Dany jest układ równań $\begin{cases} y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \log_3 6 \\ ax - y = -\sqrt[3]{6} \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dla $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ interpretacją geometryczną układu są dwie proste prostopadłe.	P	F
2.	Dla $a = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ układ równań jest sprzeczny.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Dany jest układ równań $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x^2 + 3x - 1 = y \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Układ ten jest równoważny układowi $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2(x - 5)^2 + 3x - 1 = 5 - x \end{cases}$.	P	F
2.	Rozwiązaniem układu są dwa punkty $(1,4)$ i $(-3,8)$.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału IV

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8
Rozwiązanie	FP	FP	FP	PF	PF	FF	PF	FP

V. Funkcje.

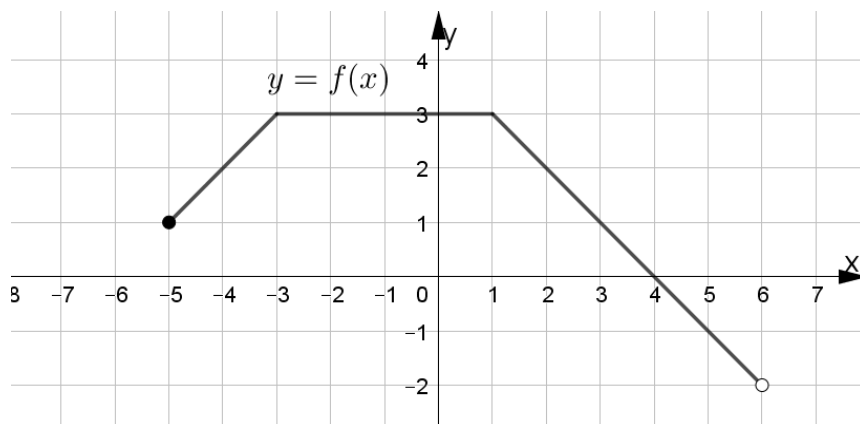
Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów np., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
- 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = f(-x)$, $y = -f(x)$;
- 13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
- 14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .

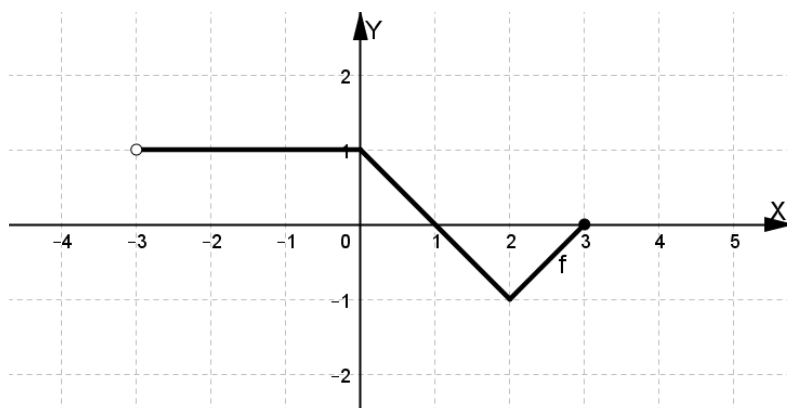


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dziedziną funkcji f jest przedział $\langle -5; 6 \rangle$	P	F
2.	Rozwiązaniem nierówności $f(x) \leq 1$ jest zbiór: $\langle 3; 6 \rangle$	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f

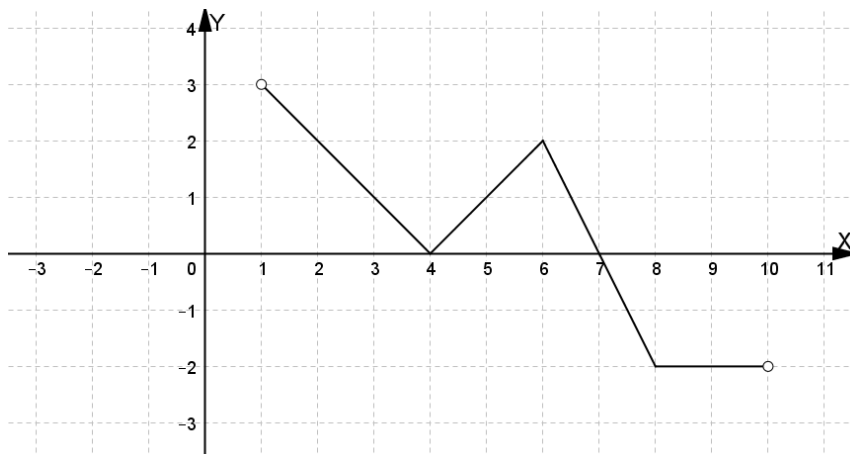


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -1, 1 \rangle$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia $f(-\sqrt{2}) \cdot f(2) = -1$.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f

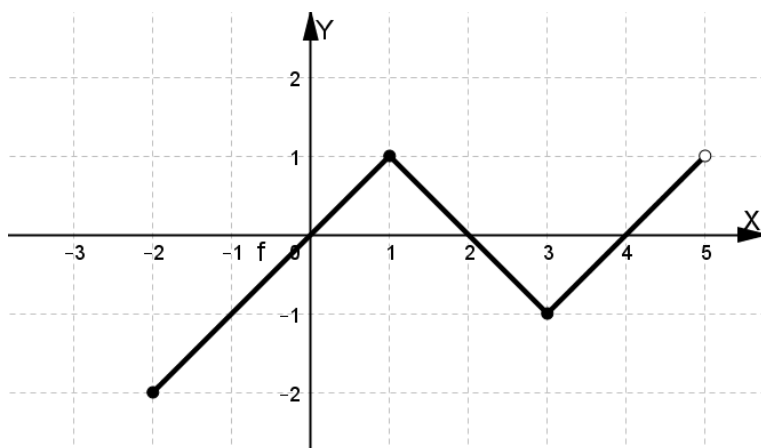


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-2, 3)$	P	F
2.	Wartość wyrażenia $f(6) - 2 \cdot f(9) = 6$	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f

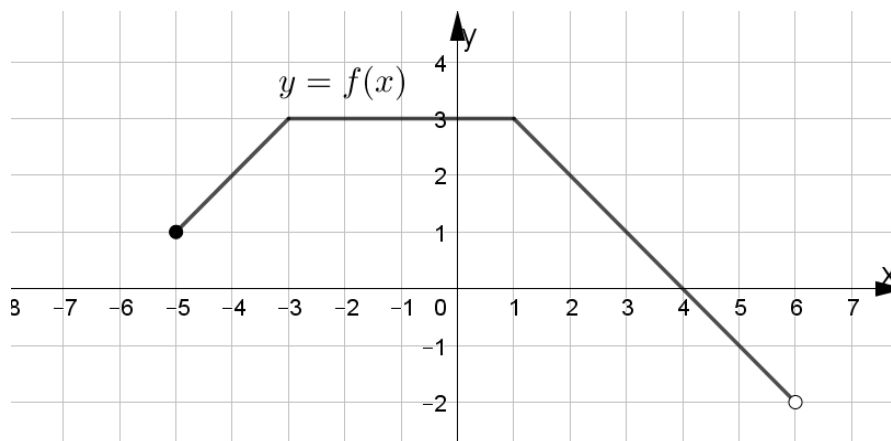


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość wyrażenia $f(0) \cdot f(\sqrt{3}) + f(4)$ jest dodatnia.	P	F
2.	Wartość wyrażenia $f(0) \cdot f(1) - f(4)$ jest nieujemna.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Odcięta punktu przecięcia wykresu funkcji $y = f(x + 2)$ z osią x jest równa 6.	P	F
2.	Funkcja $g(x) = f(-x)$ jest malejąca w przedziale $\langle 3; 5 \rangle$.	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Funkcja liniowa określona jest wzorem $f(x) = -4x + 5$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Punkty $A = (1; 1)$ i $B = (-4; 5)$ należą do wykresu tej funkcji.	P	F
2.	Miejscem zerowym funkcji f jest $x = 1\frac{1}{4}$.	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Funkcja $f(x) = -x^3 - x^2 - x - 1$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$f(-2) - f(-1) = 5$	P	F
2.	Rozwiązaniem nierówności $f(x) \leq 0$ jest zbiór: $\langle -1; +\infty \rangle$	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Funkcja $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Największa wartość funkcji w przedziale $\langle 0,1 \rangle$ jest równa 3.	P	F
2.	Największa wartość funkcji w przedziale $\langle 0,3 \rangle$ jest równa 4.	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Dana jest funkcja $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wykres funkcji f powstał w wyniku przesunięcia wykresu funkcji $g(x) = 2x^2$ o wektor $\vec{u} = [-1, 3]$.	P	F
2.	Wykresem funkcji f jest parabola, której osią symetrii jest prosta $x = 1$.	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = (2 + 5m)x + 3$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja f jest rosnąca dla każdego $m \in \left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$ i wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(0, 3)$.	P	F
2.	Funkcja f ma jedno miejsce zerowe dla $m = -\frac{2}{5}$.	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Funkcja $f(x) = \frac{\sqrt{27}}{3}x$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wykres funkcji jest nachylony do osi x pod kątem 60° .	P	F
2.	Miejscem zerowym funkcji jest punkt $(0,0)$.	P	F

Zadanie 12. (0 – 1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = 2x^2 - 8, x \in R$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Miejsca zerowe funkcji f spełniają zależność $\frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = 0$.	P	F
2.	Funkcja $g(x) = -f(x)$ w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$ przyjmuje wartość najmniejszą równą (-8) .	P	F

Zadanie 13. (0 – 1)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = -2(x + 3)(x - 1)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja f jest rosnąca dla x w przedziale $(-\infty, -1)$.	P	F
2.	Największą wartością funkcji f jest $y = 8$.	P	F

Zadanie 14. (0 – 1)

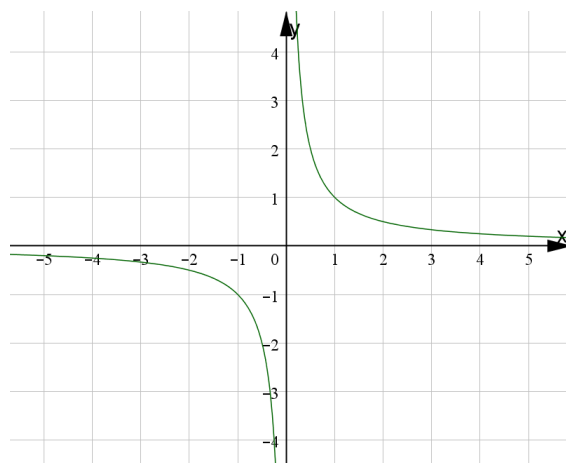
Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = x^2 + bx + c, x \in R$. Jej zbiorem wartości jest przedział $\langle 1, +\infty \rangle$ oraz $f(-4) = f(0) = 5$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = (x - 2)^2 + 1$	P	F
2.	Miejszem zerowym funkcji jest 5.	P	F

Zadanie 15. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{x}$.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja f jest malejąca w zbiorze $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.	P	F
2.	Wykres funkcji f i wykres funkcji $g(x) = -\frac{1}{x}$ są symetryczne względem osi x .	P	F

Odpowiedzi do rozdziału V

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8
Rozwiązanie	PF	PP	FP	FP	FP	FP	PP	PP

Nr zadania	9	10	11	12	13	14	15
Rozwiązanie	FP	FF	PF	PF	PP	FF	FP

VI. Ciągi.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie, jak w przykładach:

$$\text{a) } \begin{cases} a_1 = 0,001 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2} a_n (1 - a_n) \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$$

- 3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
- 4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- 5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 6) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Ciąg $a_n = -n^2 + 4n$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.	P	F
2.	Czwarty wyraz ciągu (a_n) jest równy 0.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Ciąg $a_n = (-1)^n \cdot (-n - 2)^2$ określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest równy 9.	P	F
2.	Ósmy wyraz ciągu (a_n) jest równy 100.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -2 + \frac{14}{n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Siódmy wyraz tego ciągu przyjmuje wartość zero.	P	F
2.	Ciąg (a_n) jest rosnący.	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Ciąg $a_n = -n^2 + n - \log_2 1$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Ciąg (a_n) ma tylko wyrazy dodatnie.	P	F
2.	Dziesiąty wyraz ciągu jest liczbą z przedziału $\langle 90; 100 \rangle$.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Ciąg (a_n) określony jest wzorem
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_{n+2} = 2^{n-1} + a_n + a_{n+1} \end{cases}, n \in N.$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Trzeci wyraz tego ciągu jest dwa razy mniejszy niż czwarty wyraz tego ciągu.	P	F
2.	Drugi, trzeci i czwarty wyraz ciągu a_n tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Dany jest ciąg arytmetyczny o wyrazie pierwszym równym 6 i różnicy 2

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Suma wyrazów ciągu $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9$ jest równa 90	P	F
2.	Wzór na n-ty wyraz ciągu ma postać $a_n = 2n + 6$	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{n+1}{2}$. Pierwszy i piąty wyraz ciągu a_n są odpowiednio równe pierwszemu i czwartemu wyrazowi arytmetycznego ciągu b_n .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wzór ogólny ciągu b_n wyraża się wzorem $\frac{2n+1}{3}$.	P	F
2.	Suma 10 początkowych wyrazów ciągu (b_n) jest równa $\log_2 5 + (\log_2 2)^3$.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, wyrazy $a_2 = 12$ oraz $a_4 = 192$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Iloraz tego ciągu $q = 4$	P	F
2.	Suma pięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 1024	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Liczby $(x, x + 2, 8)$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Ciąg ten jest rosnący.	P	F
2.	Iloraz tego ciągu jest równy 2.	P	F

Zadanie 105. (0 – 1)

Ciąg $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym.	P	F
2.	Różnica $a_4 - 3a_2$ jest liczbą ujemną.	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Ciąg geometryczny (a_n) o ilorazie q jest określony wzorem $a_n = \frac{4}{7} \left(\frac{9}{11}\right)^n$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$a_1 = \frac{4}{7}$ i $q = \frac{9}{11}$.	P	F
2.	Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) wyraża się wzorem $\frac{4}{7} \left(\frac{9}{11}\right)^0 + \frac{4}{7} \left(\frac{9}{11}\right)^1 + \frac{4}{7} \left(\frac{9}{11}\right)^2$.	P	F

Zadanie 12. (0 – 1)

Pracownik w pierwszym miesiącu swojej pracy otrzymał 1600 zł. W każdym kolejnym miesiącu jego zarobki były wyższe o stałą kwotę x zł w porównaniu z poprzednim miesiącem. Przez 3 lata pracownik zarobił 67050 zł.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pracownik w dziesiątym miesiącu swojej pracy zarobił 1750 zł.	P	F
2.	Po 54 miesiącach pracownik będzie zarabiał o połowę więcej niż w pierwszym miesiącu pracy.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału VI

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rozwiązanie	FP	FP	PF	FF	PP	PF	PF	PF	PP	PP	FF	FF

VII. Trygonometria.

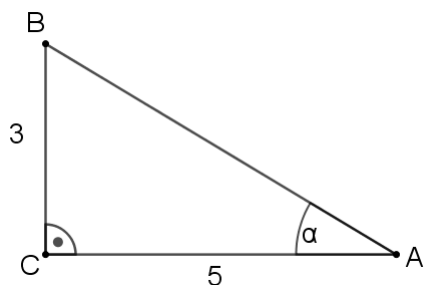
Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- 2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;
- 3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
- 4) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;
- 5) stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$;
- 6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiony jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|AC| = 5$, $|BC| = 3$ oraz $|\sphericalangle BAC| = \alpha$.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\sin \alpha = 0,6$	P	F
2.	$\cos \alpha = \frac{5\sqrt{34}}{34}$	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 8$, $|BC| = 6$ oraz $|\sphericalangle BCA| = 60^\circ$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Długość boku $ AB = 2\sqrt{13}$.	P	F
2.	Pole tego trójkąta jest równe 12.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

$\operatorname{tg} \alpha = 0,75$ i $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\sin \alpha = 0,8$	P	F
2.	$\cos \alpha = 0,6$	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{1}{4}$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$	P	F
2.	$2 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha = \frac{27}{16}$	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Dane jest wyrażenie $w = \cos \alpha - \cos \alpha \sin^2 \alpha$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Powyższe wyrażenie w można przekształcić równoważnie do wyrażenia $\cos^3 \alpha$	P	F
2.	Wartość wyrażenia w dla kąta $\alpha = 60^\circ$ jest równa 0,125.	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC, w którym przyprostokątne mają długości 6 cm i 8 cm.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Sinus kąta ostrego α , leżącego naprzeciw krótszej przyprostokątnej jest równy $\frac{4}{5}$	P	F
2.	Obwód tego trójkąta jest równy 24 cm.	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 6$ oraz $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Długość boku BC jest równa $2\sqrt{7}$.	P	F
2.	Pole tego trójkąta jest równe 6.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

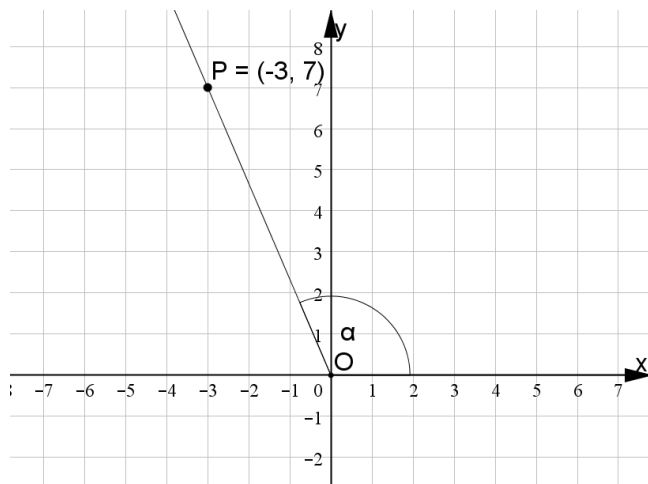
Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 8$, $|\sphericalangle BAC| = 60^\circ$ i $|\sphericalangle ABC| = 75^\circ$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Promień okręgu opisanego na trójkącie ABC jest równy $4\sqrt{2}$.	P	F
2.	Długość boku BC jest równa $4\sqrt{6}$.	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Na końcowym ramieniu kąta α leży punkt $P = (-3, 7)$.

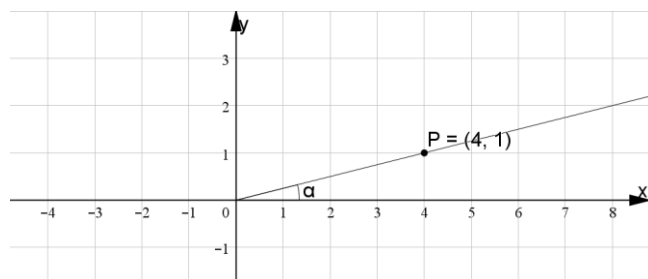


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\sin \alpha < 0$	P	F
2.	$\frac{\cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} > 0$	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

W prostokątnym układzie współrzędnych przedstawiony jest kąt α i punkt $P = (4, 1)$.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\sqrt{\operatorname{tg} \alpha} = \log_{16} 2$	P	F
2.	$14 < \alpha < 15$	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 5 \text{ cm}$. Cosinus kąta α leżącego naprzeciw boku AB jest równy $0,6$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole koła opisanego na tym trójkącie jest równe $\frac{625}{64}\pi$.	P	F
2.	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$	P	F

Zadanie 12. (0 – 1)

Prosta o równaniu $y = ax + \log_3 7$ jest nachylona do osi x pod kątem α , $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Wiadomo, że $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Współczynnik kierunkowy prostej jest równy $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia $\sin\alpha + 2\cos\alpha = -\frac{2}{3}(\sqrt{5} - 1)$	P	F

Odpowiedzi do rozdziału VII

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rozwiązanie	FP	PF	FF	PP	PP	FP	FP	PP	FF	PP	PF	FP

VIII. Planimetria.

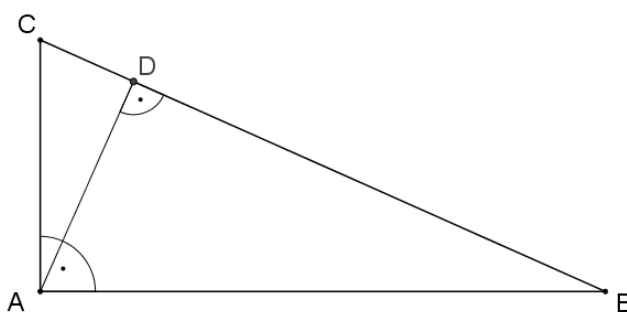
Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
- 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (np. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
- 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- 4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;
- 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
- 6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
- 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;
- 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
- 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
- 10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;
- 11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;
- 12) przeprowadza dowody geometryczne.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiony jest trójkąt prostokątny ABC , w którym odcinek AD jest wysokością trójkąta ABC poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$ BC \cdot AD = AB \cdot AC $	P	F
2.	Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta DAC w skali $k = \frac{AB}{AC}$.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Dany jest romb o boku 13cm i dłuższej przekątnej 24cm.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole rombu jest równe 60 cm^2 .	P	F
2.	Kąt ostry rombu ma miarę 64° .	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Podstawy trapezu równoramiennego mają długości: 8cm i 10 cm. Miara kąta jaki tworzy ramię z dłuższą podstawą tego trapezu jest równa 60° .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wysokość trapezu wynosi $h = \sqrt{3}$	P	F
2.	Pole tego trapezu $P = 9\sqrt{3}$	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Dany jest trójkąt o bokach długości 6 oraz 12 i kącie między nimi 120° .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole tego trójkąta jest równe $18\sqrt{3}$	P	F
2.	Jedna z wysokości tego trójkąta jest równa $3\sqrt{3}$	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

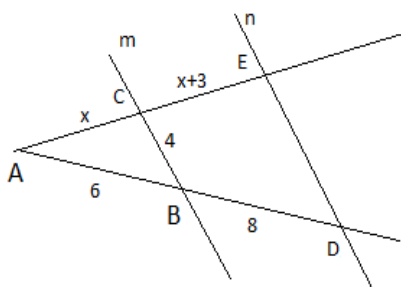
Na trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 5 cm i 6 cm opisano okrąg.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Promień tego okręgu $\sqrt{61}$.	P	F
2.	Pole tego trójkąta jest równe 15 cm^2 .	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Wiadomo, że proste m oraz n są równoległe ($m \parallel n$). Przyjmijmy oznaczenia tak jak na rysunku poniżej.

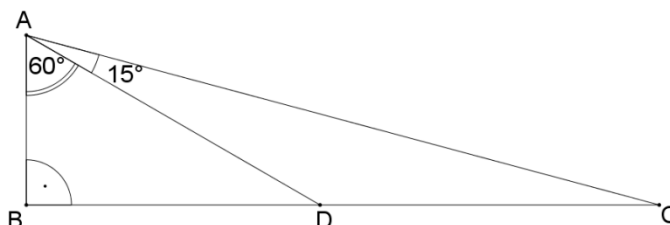


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Długość odcinka CE jest równa 12.	P	F
2.	Obwód czworokąta $BDEC$ jest równy 28.	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Na rysunku przedstawiony jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|CD| = 8$, $|\sphericalangle DAC| = 15^\circ$, $|\sphericalangle BAD| = 60^\circ$.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\frac{ DB }{8} = \sin 60^\circ$	P	F
2.	Długość boku BC jest równa $8 + 4\sqrt{3}$.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

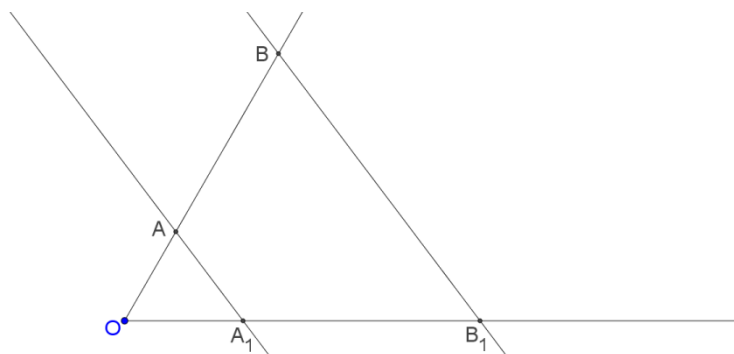
Stosunek pól dwóch kół jest równy 4.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Skala podobieństwa koła większego do mniejszego z nich jest równa 4.	P	F
2.	Obwód jednego koła jest dwa razy większy od obwodu drugiego.	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Dany jest rysunek, gdzie $AA_1 \parallel BB_1$ oraz $|\sphericalangle AOA_1| = 60^\circ$, $|OA| = \sqrt{3}$, $|OA_1| = 2$, $|OB| = 3\sqrt{3}$.

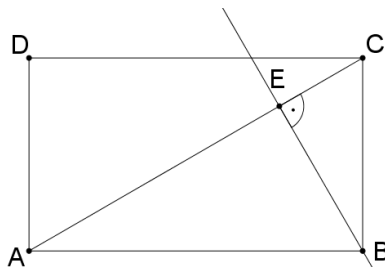


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole trapezu AA_1B_1B jest równe 12 .	P	F
2.	Długość odcinka AA_1 jest równa $7 - 2\sqrt{3}$	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym $|CB| = \frac{1}{2}|AC|$. W trójkącie ABC poprowadzono wysokość z wierzchołka kąta prostego, która przecięła przekątną AC prostokąta $ABCD$ w punkcie E . (rysunek poniżej)



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$ \sphericalangle EBA = 60^\circ$.	P	F
2.	$ AE = \frac{\sqrt{3}}{2} AB $	P	F

Odpowiedzi do rozdziału VIII

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rozwiązanie	PF	PF	PP	PP	PF	PF	PP	FP	PF	PP

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;
- 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);
- 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
- 4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$;
- 5) oblicza odległość punktu od prostej;
- 6) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
- 7) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Osie układu współrzędnych oraz prosta o równaniu $y = -2x + 4$ ograniczają trójkąt ABO .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole trójkąta ABO jest równe 8.	P	F
2.	Obwód trójkąta ABO jest równy $6 + 2\sqrt{5}$.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Dany jest układ równań
$$\begin{cases} y = 2x^2 + 3 \\ y = -4x + 1 \end{cases}$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Rozwiązaniem tego układu jest para liczb: $x = -1, y = 5$.	P	F
2.	<u>Trójkąt o wierzchołkach ABC gdzie:</u> A – punkt przecięcia danej paraboli i danej prostej, B – wierzchołek paraboli, C – punkt przecięcia danej prostej z osią Y, <u>jest równoramienny.</u>	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Punkt B jest obrazem punktu $A = (-3, 1)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$B = (3, -1)$	P	F
2.	Długość odcinka $ AB = 2\sqrt{10}$	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Dane są dwie proste opisane równaniami $y = \frac{2}{m-1}x + m - 2$ oraz $y = mx + \frac{1}{3}$, gdzie $m \neq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Proste są równoległe dla $m = -1, m = 2$.	P	F
2.	Proste są prostopadłe dla $m = \frac{1}{3}$.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Dane są dwa punkty $A = (6, 3)$ oraz $B = (-4, -1)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez te punkty jest równy $2\frac{1}{2}$.	P	F
2.	Odległość między punktami wynosi $2\sqrt{29}$.	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Prostą l opisuje równanie $x + 3y - 7 = 0$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Prosta l jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$.	P	F
2.	Punkt $K = \left(3; \frac{4}{3}\right)$ należy do prostej l .	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Punkty $A = (-2, 2)$, $B = (1, 5)$, $C = (4, 5)$, $D = (-1, 0)$ są kolejnymi wierzchołkami czworokąta.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Czworokąt ABCD jest trapezem.	P	F
2.	Prosta zawierająca przekątną BD tworzy z osią x kąt o mierze α , więc $21^\circ < \alpha < 22^\circ$.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Dany jest okrąg o równaniu $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Punkt S będący środkiem tego okręgu ma współrzędne $S = (3; -4)$.	P	F
2.	Odległość między środkiem danego okręgu i środkiem okręgu o równaniu $(x - 2)^2 + y^2 = 5$ jest równa $\sqrt{41}$	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Dany jest okrąg o równaniu $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Środek tego okręgu leży na prostej o równaniu $y = \sqrt{3}x + 3\sqrt{3} + 1$.	P	F
2.	Okrąg ten jest styczny do prostej $3x + 4y + 15 = 0$.	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

Dany jest okrąg o środku $S = (-1, 2)$ i promieniu $r = \sqrt{5}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Obrazem danego okręgu w symetrii względem osi x jest okrąg o równaniu $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$	P	F
2.	Prosta przechodząca przez środek okręgu $S = (-1, 2)$ i punkt S_1 powstały w wyniku symetrii punktu S względem osi x można opisać równaniem $\frac{\sqrt{5}}{5}x + \frac{\sqrt{5}}{5} = 0$.	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Punkt $S = (-2, 5)$ jest środkiem przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC , w którym $A = (-5, 2)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Prosta prostopadła do przeciwprostokątnej AB i przechodząca przez punkt A ma równanie $y = -x - 3$	P	F
2.	Długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie wynosi $3\sqrt{2}$.	P	F

Zadanie 12. (0 – 1)

Dane są: okrąg o równaniu $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 8$ oraz prosta $k: y = x + 3$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Okrąg i prosta mają dwa punkty wspólne $A = (1,2)$ i $B = (-3,6)$.	P	F
2.	Prosta l prostopadła do prostej k i przechodząca przez środek okręgu ma równanie $y = -x + 5$	P	F

Zadanie 13. (0 – 1)

Dany jest okrąg o równaniu $(x - 2)^2 + y^2 = 4$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Okrąg ten jest styczny do osi OX .	P	F
2.	Środek tego okręgu leży na prostej o równaniu $x=2$.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału IX

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Rozwiązanie	FP	PF	PP	PP	FP	FP	PF	FP	FP	PP	PP	FP	FP

X. Stereometria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;
- 2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
- 3) rozpoznaje w graniastostupach i ostrostupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
- 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- 6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastostupów, ostrostupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
- 7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Dany jest sześcian o objętości 512 cm^3 .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Suma długości wszystkich krawędzi danego sześcianu jest równa 96 cm	P	F
2.	Odcinek będący przekątną tego sześcianu ma długość $8\sqrt{2}$ cm.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Objętość sześcianu f_1 jest ośmiokrotnie większa od objętości sześcianu f_2 .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole powierzchni sześcianu f_1 jest czterokrotnie większe od pola powierzchni sześcianu f_2	P	F
2.	Przekątna sześcianu f_1 jest dwukrotnie dłuższa od przekątnej sześcianu f_2	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

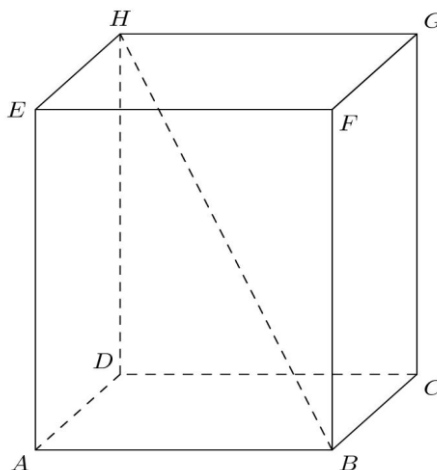
Prostopadłościan podzielono płaszczyznami równoległymi do podstawy na 4 jednakowe sześciiany. Długość krawędzi sześcianu jest równa $\sqrt{10}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Przekątna prostopadłościanu jest równa $6\sqrt{5}$.	P	F
2.	Pole przekroju prostopadłościanu płaszczyzną zawierającą jego przekątną oraz przekątną podstawy jest równe 120.	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Dany jest prostopadłościan ABCDEFGH (patrz rysunek) o krawędziach długości: $|AB| = 6$, $|BC| = \sqrt{13}$, $|BF| = 14$.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Długość przekątnej BD podstawy tego prostopadłościanu jest równa $ BD = \sqrt{49}$	P	F
2.	Tangens kąta nachylenia przekątnej BH do płaszczyzny podstawy ABCD jest równy $\frac{14\sqrt{49}}{49}$	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

W graniastopie trójkątnym ściany boczne są kwadratami.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Podstawą graniastopu jest trójkąt równoramienny.	P	F
2.	Sinus kąta między przekątną ściany bocznej i sąsiednią ścianą boczną jest równy $\frac{\sqrt{6}}{4}$.	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy $a = 6$ i krawędzi bocznej $b = 8$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy $\frac{3\sqrt{2}}{4}$	P	F
2.	Objętość ostrosłupa wynosi $12\sqrt{46}$	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Wysokość walca jest równa 7 cm, a promień walca jest dwa razy krótszy od jego wysokości.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Objętość tego walca jest równa $85\frac{3}{4}\pi$	P	F
2.	Stożek i dany walec mają takie same podstawy i równe pola powierzchni bocznych. Tworząca stożka ma długość 14 cm.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Tworząca stożka ma długość 3 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wysokość stożka jest równa $3\sqrt{3}$	P	F
2.	Objętość stożka jest równa 54π	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Kąt rozwarcia stożka ma miarę 60° , a jego tworząca długość 6 cm.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole przekroju osiowego jest równe $9\sqrt{3}$.	P	F
2.	Promień podstawy stożka ma długość 3 cm.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału X

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rozwiązanie	PF	PP	PF	PP	PP	FP	PP	FF	PP

XI. Kombinatoryka.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż:
 - a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,
 - b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Rzucamy trzema symetrycznymi sześciennymi kostkami do gry.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba wszystkich zdarzeń elementarnych jest równa 216.	P	F
2.	Prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma wyrzuconych oczek jest równa 14 jest dwa razy większe od prawdopodobieństwa, że suma wynosi 7.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Dane są dwa zbiory cyfr $A = \{1, 3, 5, 7\}$ oraz $B = \{2, 5, 9\}$. Z każdego zbioru losujemy kolejno po jednej cyfrze i zapisujemy liczbę dwucyfrową. Pierwszą cyfrę liczby dwucyfrowej losujemy ze zbioru A , drugą ze zbioru B .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba wszystkich liczb większych od 30 jakie można utworzyć w tym doświadczeniu jest równa 6.	P	F
2.	Liczba wszystkich liczb nieparzystych, jakie można utworzyć w tym doświadczeniu jest równa 8.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Doświadczenie losowe polega na tworzeniu liczb naturalnych czterocyfrowych nieparzystych, w zapisie których występują wyłącznie cyfry: 2,3,4,5 oraz cyfry w liczbie mogą się powtarzać.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba wszystkich liczb czterocyfrowych nieparzystych, jakie można utworzyć w tym doświadczeniu jest równa 128.	P	F
2.	Liczba wszystkich liczb czterocyfrowych nieparzystych, których suma cyfr jest równa 8 i jakie można utworzyć w tym doświadczeniu jest równa 1.	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Dany jest zbiór wszystkich liczb czterocyfrowych.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczb czterocyfrowych parzystych jest 4500.	P	F
2.	Liczb czterocyfrowych nieparzystych mniejszych od 4000 jest więcej niż 1500.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Rozpatrujemy liczby czterocyfrowe, których cyfry należą do zbioru $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wszystkich liczb czterocyfrowych o niepowtarzających się cyfrach należących do zbioru A jest 18.	P	F
2.	Wszystkich liczb czterocyfrowych parzystych, których cyfry mogą się powtarzać i należą do zbioru A jest 192.	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

Z grupy 12 uczniów, która składa się z 8 dziewcząt i 4 chłopców, należy wybierać dwuosobową delegację.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dowolną dwuosobową delegację można wybrać na 132 sposoby.	P	F
2.	Delegację złożoną z jednej dziewczyny i jednego chłopca można wybrać na 32 sposoby.	P	F

Zadanie 7. (0 – 1)

Losujemy kolejno bez zwracania dwie kule z pudełka, w którym znajdują się trzy kule: biała, czarna, zielona (kolejność wylosowanych kul jest istotna).

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba wszystkich możliwych wyników tego losowania jest równa $3 \cdot 3$.	P	F
2.	Liczba wyników, w których wylosujemy kulę zieloną jest równa 4.	P	F

Zadanie 8. (0 – 1)

Dany jest zbiór cyfr $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Każdą cyfrę można użyć co najwyżej jeden raz.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Można zapisać 325 różnych liczb naturalnych.	P	F
2.	Liczba utworzonych czterocyfrowych liczb naturalnych jest dwa razy większa od liczby utworzonych trzycyfrowych liczb naturalnych.	P	F

Zadanie 9. (0 – 1)

Do ponumerowania wszystkich stron w książce użyto 7001 cyfr.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Do ponumerowania stron jedno, dwu i trzycyfrowych użyto 999 cyfr.	P	F
2.	Liczba stron o numerach czterocyfrowych jest równa 1028.	P	F

Zadanie 10. (0 – 1)

Dany jest zbiór $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Można utworzyć $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ liczby trzycyfrowe o niepowtarzających się cyfrach.	P	F
2.	Suma liczb trzycyfrowych o niepowtarzających się cyfrach ze zbioru A , mniejszych od 300, jest równa 1998.	P	F

Zadanie 11. (0 – 1)

Z ze zbioru $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ tworzymy liczby czterocyfrowe o niepowtarzających się cyfrach.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Można utworzyć 180 takich liczb, w których cyfrą setek jest 4, 6 lub 8.	P	F
2.	Można utworzyć 6^4 takich liczb czterocyfrowych.	P	F

Zadanie 12. (0 – 1)

Ze zbioru cyfr $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ losujemy bez zwracania dwie cyfry tworząc liczbę dwucyfrową.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	W doświadczeniu tym można utworzyć 28 liczb parzystych.	P	F
2.	W doświadczeniu tym można utworzyć 28 liczb większych od 54.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału XI

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rozwiązanie	PF	FP	PF	PF	PF	FP	FP	PP	FP	FP	PF	PF

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;
- 2) stosuje skalę centylową;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;
- 4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;
- 5) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Ze zbioru liczb $\{-3, -1, 0, 3, 7\}$ losujemy kolejno dwie liczby bez zwracania.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$ \Omega = 20$	P	F
2.	Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest nieujemny jest równe 0,6	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Prawdopodobieństwo p otrzymania sumy oczek równej 9 jest równe $p = \frac{1}{9}$.	P	F
2.	Prawdopodobieństwo p otrzymania iloczynu liczby oczek jako liczby nieparzystej spełnia warunek $p < \frac{1}{2}$.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{1, 2, 3, 4, \dots, 18, 19, 20\}$ losujemy jedną liczbę.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Prawdopodobieństwo p zdarzenia polegającego na wylosowaniu liczby podzielnej przez 4 jest równe $p = \frac{1}{4}$.	P	F
2.	Prawdopodobieństwo p zdarzenia przeciwnego do zdarzenia polegającego na wylosowaniu liczby będącej kwadratem liczby całkowitej jest równe $p = \frac{1}{5}$.	P	F

Zadanie 4. (0 – 1)

Rzucamy 3 razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A oznacza, że suma wyrzuconych oczek jest równa 5, zaś zdarzenie B – suma wyrzuconych oczek jest równa 6.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$2P(A) > P(B)$	P	F
2.	$P(A) > P(B)$	P	F

Zadanie 5. (0 – 1)

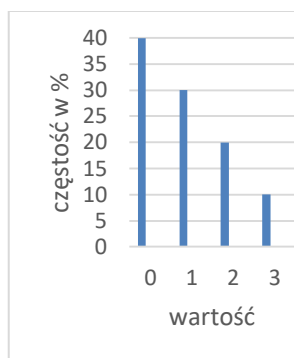
Średnia arytmetyczna zestawu danych $\{x, 5, 3, 4, 3, 5, 2, 4, 1, 3, 1\}$ jest równa 3.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dominantą tego zestawu danych jest liczba $(x + 1)$.	P	F
2.	Mediana tego zestawu danych jest równa 4.	P	F

Zadanie 6. (0 – 1)

Na rysunku poniżej przedstawiony jest diagram częstości.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Średnia arytmetyczna danych jest równa 1.	P	F
2.	Mediana zestawu danych jest równa dominancie.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału XII

Nr zadania	1	2	3	4	5	6
Rozwiązanie	PP	PP	PF	PF	PF	PF

XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.

Zakres podstawowy. Uczeń:

1) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. (0 – 1)

Skup truskawek w sezonie letnim trwa 20 dni. Liczbę kilogramów kupionych owoców w poszczególnych dniach opisuje w przybliżeniu funkcja f określona wzorem $f(n) = -2n^2 + 44n$, gdy $n = 1, 2, 3, \dots, 20$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Najwięcej truskawek kupiono w jedenastym dniu.	P	F
2.	W jedenastym dniu kupiono 726 kg. truskawek.	P	F

Zadanie 2. (0 – 1)

Suma długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest równa 8.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole tego trójkąta jest największe, jeśli przyprostokątne mają długości 6 i 2.	P	F
2.	Największe pole takiego trójkąta jest równe 8.	P	F

Zadanie 3. (0 – 1)

Pan Kowalski zamierza wydzielić część swojej działki na sad w kształcie prostokąta. Do ogrodzenia sadu ze wszystkich stron przeznaczył 50 m siatki. Chce jednak, aby jego powierzchnia była jak największa.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja opisująca pole tego sadu to $f(x) = x(25 - x)$, gdzie $x \in (0; 25)$.	P	F
2.	Sad o największym polu powinien mieć wymiary 15 m x 10 m.	P	F

Odpowiedzi do rozdziału XIII

Nr zadania	1	2	3
Rozwiązanie	PF	FP	PF