



MATURA 2023
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE
POZIOM PODSTAWOWY

**SAMORZĄDOWY OŚRODEK
DORADZTWA METODYCZNEGO
I DOSKONALENIA NAUCZYCIELI
w Kielcach**

Zbiór zadań z działu wyrażenia algebraiczne przygotowujących maturzystę szkoły ponadpodstawowej do egzaminu maturalnego z matematyki od roku 2023 na poziomie podstawowym

DRODZY NAUCZYCIELE MATEMATYKI SZKÓŁ PONADODSTAWOWYCH !

Przed nami duże wyzwanie dotyczące przygotowania młodzieży do zdawania egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym, egzaminu, który po raz pierwszy odbędzie się w maju 2023 roku.

Egzamin ten będzie sprawdzał, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej.

(UWAGA ! – w roku 2023 oraz 2024 obowiązują wymagania egzaminacyjne)

W informatorze o egzaminie maturalnym z matematyki od roku szkolnego 2022/2023 zamieszczono przykładowe zadania egzaminacyjne wraz z rozwiązaniami. Pojawiają się w nim zadania nowego typu, które dotychczas nie występowały na egzaminach w latach poprzednich. Aby ułatwić Państwu pracę postanowiłem napisać zbiór zadań zawierający przykłady zadań, które ułatwią Wam spojrzeć na przyszły egzamin z nadzieją, że nasi uczniowie nie będą zaskoczeni nową formułą arkusza.

Jakiego typu zadania pojawią się na egzaminie określa informator maturalny, ale mimo to krótko przypomnę.

W arkuszu egzaminacyjnym znajdują się zarówno zadania **zamknięte**, jak i **otwarte**.

Zadania **zamknięte** to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdują się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego,
- zadania typu prawda-fałsz (**NOWOŚĆ**),
- zadania na dobieranie (**NOWOŚĆ**).

Zadania **otwarte** to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź. Wśród zadań otwartych znajdują się m.in.:

- **zadania z luką**, wymagające uzupełnienia zdania albo zapisania odpowiedzi jednym lub kilkoma wyrazami, symbolami lub wyrażeniami matematycznymi określającymi własności obiektów matematycznych, w tym wykonania lub uzupełniania wykresu, zależności, diagramu, tabeli (**NOWOŚĆ**),
- zadania krótkiej odpowiedzi, wymagające wykonania prostego obliczenia lub bezpośredniego zapisania rozwiązania albo zapisania przeprowadzonego rozumowania lub obliczenia zwykle w dwóch lub trzech etapach
- zadania rozszerzonej odpowiedzi, wymagające utworzenia strategii rozwiązania problemu matematycznego i przedstawienia jej realizacji.

Piotr Leszczyński

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na:

$$(a+b)^2, (a-b)^2, a^2 - b^2, (a+b)^3, (a-b)^3, a^3 - b^3, a^n - b^n;$$

- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;

- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;

- 4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu

$$W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3};$$

- 5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;

- 6) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;

- 7) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;

- 8) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż:

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}, \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}.$$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci:

a) $(2x - 3)^2$

d) $2x^2 - (x + 3)^2$

g) $(3x - 2)(3x + 2)$

b) $(3x + 5)^2$

e) $-2(x + 5)^2$

h) $2 - 8\left(\frac{1}{2}x + 4\right)^2$

c) $5 - (x - 1)^2$

f) $6 - 4(2x - 3)^2$

i) $2 - 2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$

Rozwiązania:

a) $4x^2 - 2x + 9$

d) $x^2 - 6x - 9$

g) $9x^2 - 4$

b) $9x^2 + 30x + 25$

e) $-2x^2 - 20x - 50$

h) $-2x^2 - 32x - 126$

c) $-x^2 + 2x + 4$

f) $-16x^2 + 48x - 30$

i) $-2x^2 + 8$

Zadanie 2. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci:

a) $(7x - 2)^2 - (-x - 5)^2$ c) $(4 - 2x)(2x + 4) - (2x - 5)^2$

b) $(-3x + 4)^2 - 4(2x - 3)^2$ d) $(3x + 1)^2 - 2(2x - 3)(3x - 2)$

Rozwiązania:

a) $48x^2 - 38x - 21$

c) $-8x^2 + 20x - 9$

b) $-7x^2 + 24x - 20$

d) $-23 + 32x - 11$

Zadanie 3. Wykonaj działania:

a) $(4\sqrt{3} - 3)(4\sqrt{3} + 3)$ d) $(\sqrt{75} - 4\sqrt{3})^2$ g) $(5 - 2\sqrt{5})^2 + (2 + 5\sqrt{5})^2$

b) $(7 + 2\sqrt{3})^2$ e) $(5\sqrt{2} - \sqrt{8})(\sqrt{2} + \sqrt{32})$ h) $(\sqrt{6} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 6\sqrt{3})$

c) $(2\sqrt{2} - 5)^2$ f) $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 - 3\sqrt{2}$ i) $(3\sqrt{5} - 3)^2 - (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$

Rozwiązania:

a) 39

d) 3

g) 174

b) $61 + 28\sqrt{3}$

e) 30

h) $-24 + 6\sqrt{2}$

c) $33 - 20\sqrt{2}$

f) $9 - 9\sqrt{2}$

i) $50 - 18\sqrt{5}$

Zadanie 4. Oblicz wartość wyrażenia:

a) $7x - x^2$ dla $x = -3$

d) $2x - x^2$ dla $x = 1 - \sqrt{2}$

b) $2x^3 - x^2 + 1$ dla $x = -2$

e) $x^3 - x^2 + 16\sqrt{2}$ dla $x = -2\sqrt{2}$

c) $(5x - 1)(5x + 1) - (5x - 1)^2$ dla $x = -2$ f) $(1 + 2x)(1 - 2x) - (x + 2)^2$ dla $x = -3$

Rozwiązania:

a) -30

b) -19

c) -22

d) -1

e) -8

f) -36

Zadanie 5. Uzasadnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x oraz każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność:

a) $2x^2 + \frac{1}{2}y^2 \geq 2xy$

c) $5x^2 + 3y^2 \geq 4xy$

b) $x^2 + y^2 \geq 2x + 2y - 5$

d) $9x^2 + 2y^2 > 6xy - 1$

Wskazówki: (doprowadź nierówności do następujących postaci)

a) $(2x - y)^2 \geq 0$

c) $(2x - y)^2 + 2y^2 + x^2 \geq 0$

b) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$

d) $(3x - y)^2 + y^2 + 1 > 0$

Zadanie 6. Uzasadnij, że dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej x oraz każdej liczby rzeczywistej dodatniej y prawdziwa jest nierówność:

a) $\frac{xy}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2}$

c) $\frac{2x-2}{y} + \frac{2y-6}{x} + \frac{5}{xy} \geq 0$

b) $\frac{9x}{y} + \frac{16y}{x} \geq 24$

d) $1 - \frac{x}{y} < \frac{1+y^2}{4xy}$

Wskazówki: (doprowadź nierówności do następujących postaci)

a) $(x - y)^2 \geq 0$

c) $(2x - 1)^2 + (2y - 3)^2 \geq 0$

b) $(3x - 4y)^2 \geq 0$

d) $(2x - y)^2 + 1 > 0$

Zadanie 7. Zapisz wyrażenie w postaci wielomianu:

a) $(2 - x)^3$

c) $(2x + 3)^3$

e) $(3x - 2)^3$

b) $(1 - 2x)^3$

d) $-2(x + 2)^3$

f) $8\left(\frac{1}{2}x + 4\right)^3$

Rozwiązania:

a) $-x^3 + 6x^2 - 12x + 8$

c) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

e) $-27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

b) $-8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$

d) $-2x^3 - 12x^2 - 24x - 16$

f) $-x^3 + 24x^2 + 192x + 512$

Zadanie 8. Rozłóż wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia

a) $W(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

e) $W(x) = -3x^3 + 6x^2 - 3x$

b) $W(x) = 2x^3 + 7x^2 + 5x$

f) $W(x) = x^5 + 10x^4 + 25x^3$

c) $W(x) = -x^4 + 10x^3 - 16x^2$

g) $W(x) = 2x^3 - x^2 + 5x$

d) $W(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

h) $W(x) = -3x^4 + x^3 - 2x^2$

Rozwiązania:

a) $W(x) = x(x - 1)(x - 2)$

e) $W(x) = -3x(x - 1)^2$

b) $W(x) = x(2x + 5)(x + 1)$

f) $W(x) = x^3(x + 5)^2$

c) $W(x) = -x^2(x - 2)(x - 8)$

g) $W(x) = x(2x^2 - x + 5)$

d) $W(x) = x(x - 2)^2$

h) $W(x) = -x^2(3x^2 - x + 2)$

Zadanie 9. Rozłóż wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia

a) $W(x) = x^3 - 5x^2 + 2x - 10$

e) $W(x) = -2x^3 + 6x^2 - x + 3$

b) $W(x) = x^3 + 7x^2 - 4x - 28$

f) $W(x) = x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 8x^2$

c) $W(x) = x^3 + 10x^2 - x - 10$

g) $W(x) = x^4 + 10x^3 - x^2 - 10x$

d) $W(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$

h) $W(x) = \sqrt{2}x^4 + 3x^3 - 2\sqrt{2}x^2 - 6x$

Rozwiązania:

a) $W(x) = (x - 5)(x^2 + 2)$

e) $W(x) = -(x - 3)(2x^2 + 1)$

b) $W(x) = (x + 7)(x - 2)(x + 2)$

f) $W(x) = x^2(x + 2)^2(x - 2)$

c) $W(x) = (x + 10)(x - 1)(x + 1)$

g) $W(x) = x(x + 10)(x - 1)(x + 1)$

d) $W(x) = (2x - 3)(x^2 + 2)$

h) $W(x) = x(\sqrt{2}x + 3)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

Zadanie 10. Rozłóż wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia

a) $W(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

e) $W(x) = 2x^3 - 38x - 60$

b) $W(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

f) $W(x) = -3x^3 + 6x^2 - 12x + 9$

c) $W(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$

g) $W(x) = -2x^3 - 7x^2 - 11x - 10$

d) $W(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$

h) $W(x) = 3x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 24x$

Rozwiązania:

a) $W(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$

e) $W(x) = 2(x + 2)(x + 3)(x - 5)$

b) $W(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 4)$

f) $W(x) = -3(x - 1)(x^2 - x + 3)$

c) $W(x) = (x + 2)(x - 3)^2$

g) $W(x) = -(x + 2)(2x^2 + 3x + 5)$

d) $W(x) = (x - 2)(x + 3)^2$

h) $W(x) = 3x(x + 2)(x^2 + 4)$

Zadanie 11. Wyznacz wartość współczynnika m wiedząc, że wielomian W dzieli się przez dwumian Q .

a) $W(x) = 2x^3 - 2x^2 - mx + 1$ $Q(x) = x - 1$

b) $W(x) = -x^3 - mx^2 + 4x + 8$ $Q(x) = x + 1$

c) $W(x) = mx^3 - 4x^2 - x + 10$ $Q(x) = x - 2$

d) $W(x) = x^3 + 3x^2 - 3x - m$ $Q(x) = x + 3$

Rozwiązania:

a) $m = 1$

b) $m = 5$

c) $m = 1$

d) $m = 9$

Zadanie 12. Wyznacz wartości współczynników a oraz b wiedząc, że miejscami zerowymi wielomianu W są liczby x_1 oraz x_2 .

a) $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 10$ $x_1 = 1, x_2 = -2$

b) $W(x) = ax^3 + 3x^2 - 10x + b$ $x_1 = -2, x_2 = 3$

c) $W(x) = ax^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x + b$ $x_1 = -2, x_2 = -3$

Rozwiązania:

a) $a = -4, b = -7$

e) $a = 1, b = -24$

c) $a = 1, b = -6$

Zadanie 13. Wyznacz wartość współczynnika m wiedząc, że reszta z dzielenia wielomianu W przez dwumian Q jest równa R .

a) $W(x) = -2x^3 - 2x^2 + mx + 11, Q(x) = x - 1, R = -3$

b) $W(x) = x^3 - 7x^2 + 5x + m, Q(x) = x + 1, R = 2$

c) $W(x) = mx^3 + 11x^2 - 2x + 1, Q(x) = x - 3, R = -16$

d) $W(x) = x^3 + mx^2 - 3x - 21, Q(x) = x + 2, R = 13$

Rozwiązania:

a) $m = -10$

b) $m = 15$

c) $m = -4$

d) $m = 9$

Zadanie 14. Wykonaj mnożenie, wynik podaj w najprostszej postaci. Zapisz odpowiednie założenia.

a) $\frac{2}{x+3} \cdot \frac{3x+9}{4}$

e) $\frac{x+3}{x-1} \cdot \frac{x^2+3x-4}{x^2-9}$

b) $\frac{8x-2}{x} \cdot \frac{x^2}{4x-1}$

f) $\frac{x^2+2x}{x^2-3x} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-4}$

c) $\frac{2x}{2x+3} \cdot \frac{6x^2+9x}{6x^2}$

g) $\frac{1-x}{x} \cdot \frac{x^2}{x^2-1} \cdot \frac{2x+2}{3x}$

d) $\frac{2-x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-4}$

h) $\frac{2x+2}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+1} \cdot \frac{2x^3+2x}{6x-12}$

Rozwiązania:

a) $\frac{3}{2}, x \neq -3$

e) $\frac{x+4}{x-3}, x \neq 1, x \neq -3, x \neq 3$

b) $2x, x \neq \frac{1}{4}, x \neq 0$

f) $\frac{x+3}{x-2}, x \neq 0, x \neq -2, x \neq 2, x \neq 3$

c) $1, x \neq -\frac{3}{2}, x \neq 0$

g) $-\frac{2}{3}, x \neq 0, x \neq -1, x \neq 1$

d) $\frac{1-x}{x+2}, x \neq -1, x \neq -2, x \neq 2$

h) $\frac{2}{3}x, x \neq -2, x \neq -1, x \neq 2$

Przykładowe zadania maturalne

Zadanie 15. (0-1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 2x^4 - 3x + 2$ przez dwumian $(x + 1)$ jest równa

A.	1	ponieważ	1.	$W(1) = 1$
B.	2		2.	$W(-1) = 7$
C.	7		3.	$W(0) = 2$

Odpowiedź: C2

Zadanie 16. (0-1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wielomian $W(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ ma

A.	1 pierwiastek rzeczywisty	ponieważ wielomian W można zapisać w postaci	1.	$(x + 2)(x - 4)(x + 4)$
B.	2 pierwiastki rzeczywiste		2.	$(x + 2)^2(x - 2)$
C.	3 pierwiastki rzeczywiste		3.	$(x - 2)(x^2 + 4)$

Odpowiedź: B2

Zadanie 17. (0 – 1)

Dane jest wyrażenie $(-3a - 1)^2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrażenie to można zapisać w postaci $(3a + 1)^2$.	P	F
2.	Wyrażenie to można zapisać w postaci $9a^2 - 6a + 1$.	P	F

Odpowiedź: PF

Zadanie 18. (0 – 1)

Dane jest wyrażenie $a^2 - 8a + 16$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrażenie to można zapisać w postaci $(a - 4)^2$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia dla $a = 2$ jest równa -4 .	P	F

Odpowiedź: PF

Zadanie 19. (0 – 1)

Dane są wielomiany $W(x) = 2x + 3$ oraz $P(x) = 3x + 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$[W(x)]^2 = 2x^2 + 12x + 9$	P	F
2.	$[W(x) - P(x)]^2 = x^2 - 4x + 4$	P	F

Odpowiedź: FP

Zadanie 20. (0 – 1)

Dane są dwa wyrażenia: $w = (xy + 1)$ oraz $u = (x + y)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Iloczyn wyrażeń $w \cdot u$ jest równy $x^2y + xy^2 + x + y$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia w dla $x = 1, y = -2$ jest równa 1.	P	F

Odpowiedź: PF

Zadanie 21. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 6x^2 + 4x - 24$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian W dla $x = 6$ przyjmuje wartość 0.	P	F
2.	Wielomian ma trzy pierwiastki rzeczywiste.	P	F

Odpowiedź: PF

Zadanie 22. (0 – 1)

Dane jest wyrażenie algebraiczne: $(x\sqrt{2} - 2)^2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrażenia to można zapisać w postaci: $2x^2 + 4$.	P	F
2.	Dla $x = \sqrt{2}$ wyrażenie to przyjmuje wartość równą 0.	P	F

Odpowiedź: FP

Zadanie 23. (0 – 1)

Dane są wielomiany $W(x) = x^3 - 2x + 3$ oraz $V(x) = x^3 + 2x^2 + 3x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Stopień wielomianu $W(x) + V(x)$ jest równy 9.	P	F
2.	Stopień wielomianu $W(x) \cdot V(x)$ jest równy 6.	P	F

Odpowiedź: FP

Zadanie 24. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = (x - 1)^2 + 4x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość wielomianu W dla $x = -1$ jest równa 0.	P	F
2.	Wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (x + 1)^2$.	P	F

Odpowiedź: PP

Zadanie 25. (0 – 1)

Dane są wielomiany $W(x) = 2x^5 - 3x^4$ oraz $P(x) = 3x^4 - 2x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$W(x) + P(x) = 2x^5 - 2x$	P	F
2.	$W(-1) + P(0) = -1$	P	F

Odpowiedź: PF

Zadanie 26. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = 4x^3 - 8x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian W można zapisać w postaci: $W(x) = 4x(x + 2)(x - 2)$	P	F
2.	$W(0) > W(-2)$	P	F

Odpowiedź: FP

Zadanie 27. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 2x^2 + 9x - 18$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian W ma trzy pierwiastki rzeczywiste.	P	F
2.	Liczba 2 jest pierwiastkiem wielomianu W .	P	F

Odpowiedź: FP

Zadanie 28. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba 2 jest pierwiastkiem wielomianu W .	P	F
2.	Wielomian ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty.	P	F

Odpowiedź: PP

Zadanie 29. (0 – 1)

Dany jest wielomian $W(x) = 4x^4 - 3x + 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wielomian W nie ma pierwiastków będących liczbami całkowitymi.	P	F
2.	Liczba $W(2^{-1})$ jest ujemna.	P	F

Odpowiedź: PP

Zadanie 30. (0 – 1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{1-x^4}{3x^2+3}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wykresem funkcji f jest parabola.	P	F
2.	$f(1) = 0$ i $f(-1) = 0$	P	F

Odpowiedź: PP

Zadanie 31. (0 – 2)

Dana dwa wielomiany: $W(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ oraz $F(x) = -2x^3 + x + 3$

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak, aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Wielomian $[W(x) - F(x)]$ jest równy

A. $3x^3 - 3x^2 + x + 2$

B. $(x - 1)(3x^2 - 1)$

C. $-x^3 - 4x^2 + 7$

D. $3x^2(x - 1) + x + 7$

E. $3x^3 - 2x^2 + 1$

F. $x^3 - 3x^2 + x + 1$

G. $3x^3 - 3x^2 - x + 1$

Odpowiedź: BG

Zadanie 32. (0-1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 2x^2 - 25x - 50$

Zapisz poniżej wielomian W rozłożony na czynniki możliwie najniższego stopnia

.....

Odpowiedź: $W(x) = (x + 2)(x - 5)(x + 5)$

Zadanie 33. (0-1)

Dany jest wielomian $W(x) = -3x^3 + 4x^2 - 5x + 3$

Zapisz poniżej resztę R z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x + 2)$.

.....

Odpowiedź: $R = 53$

Zadanie 34. (0-1)

Dane jest wyrażenie $(3x^2 - 4)^3$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.

Zapisz poniżej wyrażenie M w postaci sumy algebraicznej.

.....

Odpowiedź: $27x^6 - 108x^4 + 144x^2 - 64$

Zadanie 35. (0-1)

Oblicz wartość wyrażenia $(-x^3 - x^2 - 2x - 2)$ dla $x = -2$.

Odpowiedź: 6

Zadanie 36. (0-2)

Wyznacz wartość parametru m , dla którego wielomian $W(x) = x^3 - 7x^2 - 8x + m^2$ jest podzielny przez dwumian $p(x) = x - 2$.

Odpowiedź: $m = -6$ lub $m = 6$

Zadanie 37. (0-2)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = mx^3 + x^2 - x + 2$ przez dwumian $(x - 2)$ jest równa 2. Oblicz wartość współczynnika m .

Odpowiedź: $m = -\frac{1}{4}$

Zadanie 38. (0-3)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + m$. Jednym z pierwiastków tego wielomianu jest liczba -3 . Wyznacz wartość m oraz pozostałe pierwiastki tego wielomianu.

Odpowiedź: $m = -12$, $w(x) = (x + 3)(x - 2)(x + 2)$

Zadanie 39. (0-3)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 + 3x^2 - x + m$ przez dwumian $(x + 2)$ jest równa $(\log_3 54 - 2\log_3 \sqrt{2})$. Oblicz wartość współczynnika m oraz rozłóż wielomian W na czynniki możliwie najniższego stopnia.

Odpowiedź: $m = -3$, $w(x) = (x + 3)(x - 1)(x + 1)$

Zadanie 40. (0-3)

Dane jest wyrażenie $\left(\frac{1}{2x-y} - \frac{y}{4x^2-y^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}y\right)$ gdzie $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, y \neq 2x, y \neq -2x$.

Przekształć dane wyrażenie do najprostszej postaci i oblicz jego wartość

dla $x = \sqrt{2}$ oraz $y = \frac{6}{\sqrt{2}}$. Zapisz obliczenia.

Odpowiedź: $\frac{xy}{4x^2-y^2} = -\frac{3}{5}$

Zadanie 41. (0-4)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$. Jednym z pierwiastków tego wielomianu jest liczba 3 a reszta z dzielenia tego wielomianu przez dwumian $(x - 2)$ jest równa -4 . Wyznacz wartości współczynników a, b oraz oblicz pozostałe pierwiastki tego wielomianu.

Odpowiedź: $a = -2, b = -5$, pozostałe pierwiastki to: $x_2 = 1, x_3 = -2$