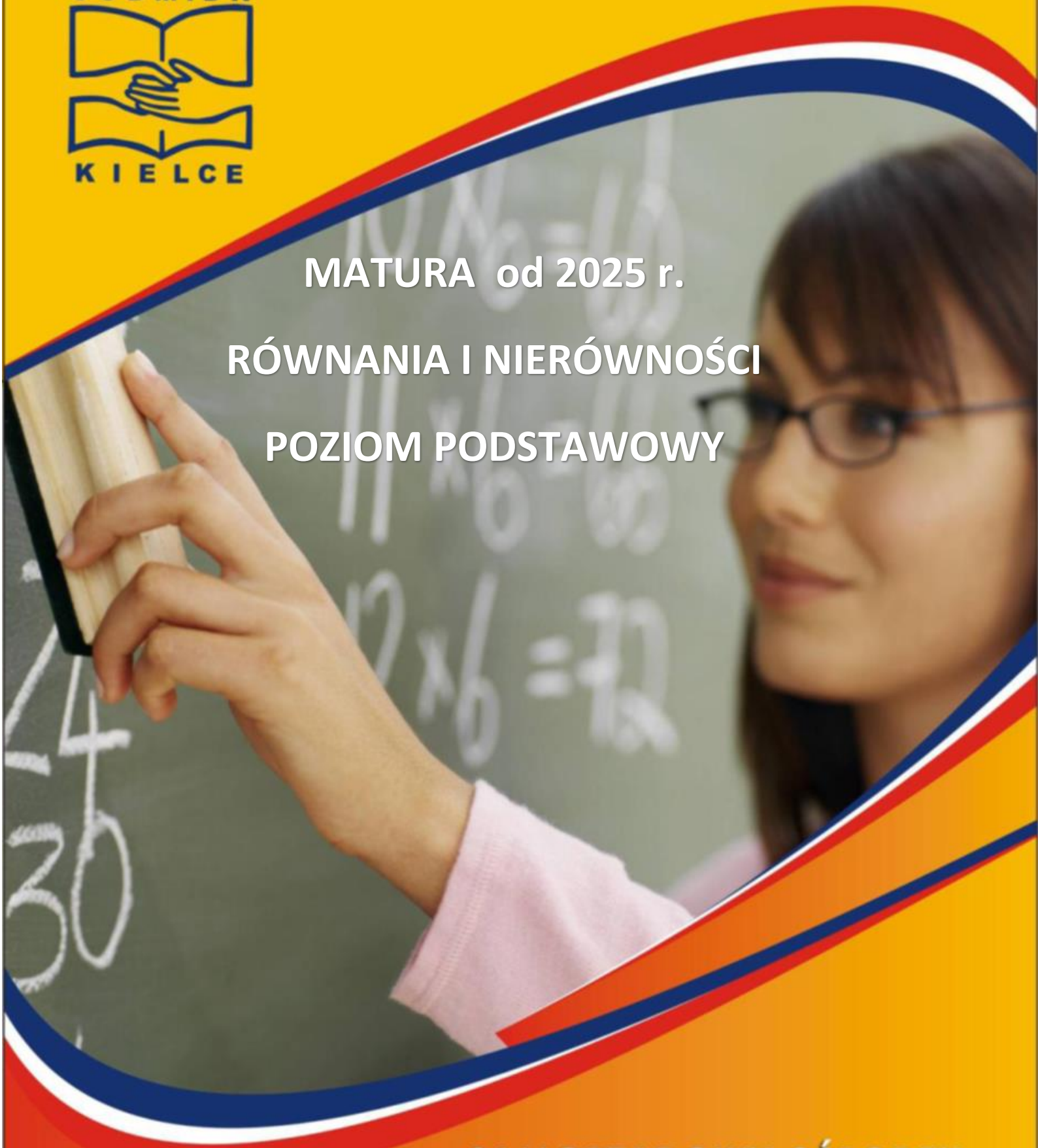
SODMiDN KIELCE

MATURA od 2025 r.

RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

POZIOM PODSTAWOWY



SAMORZĄDOWY OŚRODEK
DORADZTWA METODYCZNEGO
I DOSKONALENIA NAUCZYCIELI
w Kielcach

Zbiór zadań z działu równania i nierówności, przygotowujących maturzystę szkoły ponadpodstawowej do egzaminu maturalnego z matematyki

od roku 2025 na poziomie podstawowym

DRODZY NAUCZYCIELE MATEMATYKI SZKÓŁ PONADODSTAWOWYCH !

Przed nami duże wyzwanie dotyczące przygotowania młodzieży do zdawania egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym. Egzamin ten sprawdza, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej.

W informatorze o egzaminie maturalnym z matematyki zamieszczono przykładowe zadania egzaminacyjne wraz z rozwiązaniami. Pojawiają się w nim zadania nowej konstrukcji, które dotychczas nie występowały na egzaminach w latach poprzednich. Aby ułatwić Państwa pracę postanowiłem napisać zbiór zadań zawierający przykłady zadań, które ułatwią Wam spojrzeć na przyszły egzamin z nadzieją, że nasi uczniowie nie będą zaskoczeni nową formułą arkusza.

Jakiego typu zadania pojawią się na egzaminie określa informator maturalny, ale mimo to krótko przypomnę.

W arkuszu egzaminacyjnym znajdą się zarówno zadania **zamknięte**, jak i **otwarte**.

Zadania **zamknięte** to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdą się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego,
- zadania typu prawda-fałsz (NOWOŚĆ),
- zadania na dobieranie (NOWOŚĆ).

Zadania **otwarte** to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź. Wśród zadań otwartych znajdą się m.in.:

- **zadania z luką**, wymagające uzupełnienia zdania albo zapisania odpowiedzi jednym lub kilkoma wyrazami, symbolami lub wyrażeniami matematycznymi określającymi własności obiektów matematycznych, w tym wykonania lub uzupełniania wykresu, zależności, diagramu, tabeli **(NOWOŚĆ),**
- zadania krótkiej odpowiedzi, wymagające wykonania prostego obliczenia lub bezpośredniego zapisania rozwiązania albo zapisania przeprowadzonego rozumowania lub obliczenia zwykle w dwóch lub trzech etapach
- zadania rozszerzonej odpowiedzi, wymagające utworzenia strategii rozwiązania problemu matematycznego i przedstawienia jej realizacji.

Piotr Leszczyński

Nauczyciel doradca metodyczny w zakresie matematyki

III. Równania i nierówności.

Zakres podstawowy. Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie 5 x + 1 = x + 3 2x−1 ;
2) interpretuje równania i nierówności liniowe sprzeczne oraz tożsamościowe;
3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci W(x) = 0 dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.

Przykładowe zadania

Zadanie 1. Sprawdź, czy dana liczba x_0 spełnia równanie:

a) $x^3 - 5x^2 - 2x + 4 = 0$ $\quad x_0 = -1$

b) $8x^4 + 4x^2 - 1 = 0$ $\quad x_0 = \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{4} = 0$ $\quad x_0 = -1$

Odpowiedzi:
a) TAK b) NIE c) TAK

Zadanie 2. Sprawdź, czy dana liczba x_0 należy do zbioru rozwiązań nierówności:

a) $5(x-2) \leq -4(x-1)+1$ $\quad x_0 = 2$

b) $(2x-3)^2 - 4(x-1)^2 \leq 0$ $\quad x_0 = -2$

c) $3|x-4| \geq 12$ $\quad x_0 = -\sqrt{2}$

Odpowiedzi:

a) NIE b) NIE c) TAK

Zadanie 3. Rozwiąż równanie

a) $6-(2x-3) = -5x$

b) $(x-4)(2x+12) = 2x(x-3)$

c) $2-(1-3x) = 4-2(x+3)$

d) $11x + 2(x-3)^2 = (2x-3)(x+1)+21$

e) $\frac{1-x}{4} - \frac{1}{3} = \frac{x+3}{8}$

f) $\frac{2x-3}{5} - \frac{x+2}{2} = 2(x-1)$

g) $(x-1)^2 - \frac{1-x}{2} = (2x-1)^2 - 3(x+1)(x-1)$

h) $\frac{(x-1)^2}{6} - \frac{(x+2)^2}{2} + \frac{(x-3)(x+3)}{3} = 1 - \frac{7}{3}x$

Odpowiedzi:

a) $x = -3$ c) $x = -0{,}6$ e) $x = -1\frac{2}{9}$ g) $x = 1{,}4$

b) $x = 4{,}8$ d) $x \in \mathbb{R}$ f) $x = \frac{4}{21}$ h) $x \in \emptyset$

Zadanie 4. Rozwiąż nierówność:

a) $2x - 3(2x-1) \leq 4$

b) $x - (x+3)(2x-1) > 1 - 2x^2$

c) $(x-3)(2x+7) \geq 2(x+3)(x-4)$

d) $\frac{5-2x}{3} > 3$

e) $\frac{x-2}{2} < \frac{x-4}{4} + 1$

f) $2 - \frac{x-2}{2} < 3x - 1$

g) $\frac{x-1}{5} < \frac{3x+1}{2} - \frac{x-3}{10}$

h) $\frac{3-2x}{6} - \frac{3+x}{2} < 1 - 5x$

i) $4(x+1)^2 < (2x-3)(2x+3)$

j) $(2x-1)^2 - (x-4)^2 \leq 3(x+3)^2$

k) $\frac{-3-x}{3} - \frac{(x+3)^2}{2} < 2 - \frac{1}{2}x^2$

l) $\frac{(3-x)^2}{2} + \frac{(2x+3)^2}{4} \geq x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}$

Odpowiedzi:

a) $x \in [-0{,}25;\ +\infty)$ d) $x \in (-\infty;\ -2)$ g) $x \in \left(-\frac{5}{6};\ +\infty\right)$ j) $x \in [-3;\ +\infty)$

b) $x \in \left(-\infty;\ \frac{1}{2}\right)$ e) $x \in (-\infty;\ 4)$ h) $x \in \left(-\infty;\ \frac{12}{25}\right)$ k) $x \in \left(-\frac{9}{4};\ +\infty\right)$

c) $x \in [-1;\ +\infty)$ f) $x \in \left(\frac{8}{7};\ +\infty\right)$ i) $x \in \left(-\infty;\ -\frac{13}{8}\right)$ l) $x \in (-\infty;\ 6]$

Zadanie 5. Rozwiąż równanie:

a) $x^2 = 2x$

b) $2x^2 + 3x = 5$

c) $3x^2 + 5x + 4 = 1 - x$

d) $-2x^2 + 4x = 8 - x$

e) $(2x - 6)^2 = 4$

f) $(2x - 6)^2 = (x - 3)^2$

g) $(2\mathrm{x} - 1)^2 - (x + 3)^2 = -8$

h) $(-1 - 2x)^2 + (-1 + 2x)^2 = 10$

i) $(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)^2 - 10$

j) $(x + 2)(x - 3) = 2(-x + 2)^2 + 9$

k) $\frac{(1+x)^2}{2} + \frac{(x-2)^2}{4} = 3x + 3$

l) $\frac{1+3x}{2} - \frac{(x+3)^2}{4} = x - 1\frac{3}{4}$

Odpowiedzi:

a) $x \in \{0,\ 2\}$ d) $x \in \emptyset$ g) $x \in \left\{0,\ \frac{10}{3}\right\}$ j) $x \in \emptyset$

b) $x \in \left\{1, -\frac{5}{2}\right\}$ e) $x \in \{2,\ 4\}$ h) $x \in \{-1,\ 1\}$ k) $x \in \left\{2 - \sqrt{6},\ 2 + \sqrt{6}\right\}$

c) $x \in \{-1\}$ f) $x \in \{3\}$ i) $x \in \{1,\ 6\}$ l) $x \in \{-4,\ 0\}$

Zadanie 6. Rozwiąż nierówność:

a) $x^2 + 3\mathrm{x} - 4 > 0$

b) $2x^2 - \mathrm{x} - 1 < 0$

c) $-3x^2 + 2\mathrm{x} + 5 > 0$

d) $-x^2 + 3\mathrm{x} + 4 < 0$

e) $2x^2 + \mathrm{x} - 10 \geq 0$

f) $-5x^2 - 2\mathrm{x} + 3 \geq 0$

g) $-x^2 - 2\mathrm{x} + 3 \leq 0$

h) $x^2 > 4$

i) $2x^2 < 6\mathrm{x}$

j) $(x - 3)^2 \geq 4$

k) $(2x + 1)^2 \leq 9$

l) $(x - 3)(x + 4) > 0$

m) $(x + 2)(x - 9) \leq 0$

n) $(2x + 3)(2 - x) \leq 0$

o) $(x - 4)(x + 2) \leq -8$

p) $(2 - 2x)(x - 3) \leq -6$

r) $(1 - 3x)(4x + 3) > -14$

s) $(x + 3)^2 + (x - 1)^2 < 3$

t) $(x + 1)^2 + (x - 6)^2 > 3$

u) $1 - (2x - 3)^2 \leq 3 + (x + 2)^2$

w) $(x + 5)^2 + (x - 1)^2 > 18$

Odpowiedzi:

a) $x \in (-\infty;\ -4) \cup (1;\ +\infty)$

b) $x \in \left(-\frac{1}{2};\ 1\right)$

c) $x \in \left(-1;\ \frac{5}{3}\right)$

d) $x \in (-\infty;\ -1) \cup (4;\ +\infty)$

e) $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

f) $x \in \left[-1; \frac{3}{5}\right]$

g) $x \in (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

h) $x \in (-\infty;\ -2) \cup (2;\ +\infty)$

i) $x \in (0;\ 3)$

j) $x \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$

k) $x \in [-2; 1]$

l) $x \in (-\infty;\ -4) \cup (3;\ +\infty)$

m) $x \in [-2; 9]$

n) $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

o) $x \in [0; 2]$

p) $x \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$

r) $x \in \left[-\frac{17}{2}; 1\right]$

s) $x \in \emptyset$

t) $x \in \mathbb{R}$

u) $x \in \mathbb{R}$

w) $x \in \mathbb{R}\backslash\{-2\}$

Zadanie 7. Rozwiąż równanie:

a) $(x-3)(x+4)(x-7) = 0$

b) $(x^2-4)(3x+4)(x^2+1) = 0$

c) $3x^2(x^2+2)(x-2) = 0$

d) $x^2(x^2-5x+6) = 0$

e) $(x^2-25)(x^2+x-2) = 0$

f) $(x^2+16)(x^2+3x+7) = 0$

g) $-3(x^3+8)(x+1) = 0$

h) $4x^2(2x-3)(18-2x^2) = 0$

Odpowiedzi:

a) $x \in \{-4, 3, 7\}$

b) $x \in \left\{-2, -\frac{4}{3}, 2\right\}$

c) $x \in \{0,\ 2\}$

d) $x \in \{0, 2, 3\}$

e) $x \in \{-5, -2,\ 1,\ 5\}$

f) $x \in \emptyset$

g) $x \in \{-2, -1\}$

h) $x \in \left\{-3, 0, \frac{3}{2}, 3\right\}$

Zadanie 8. Rozwiąż równanie:

a) $\frac{x-3}{x-1} = \frac{5}{2x-2}$

b) $\frac{x-4}{x-5} = \frac{x+2}{x-7}$

c) $\frac{2-3x}{1-x} = \frac{2x-4}{x-2}$

d) $\frac{2-x}{x+4} = \frac{2x-1}{3x-2}$

`e) $\frac{3-6x}{1-2x} = \frac{2x+8}{x+4}$

f) $\frac{x+2}{3x-1} = \frac{-4}{2x+2}$

g) $\frac{-x+3}{2x-2} = \frac{6+2x}{x-3}$

h) $\frac{3-6x}{6+2x} = -\frac{3}{8}$

Odpowiedzi:

a) $x = 5\frac{1}{2}$

b) $x = 4\frac{3}{4}$

c) $x = 0$

d) $x \in \left\{0, \frac{1}{5}\right\}$

e) $x \in \phi$

f) $x \in \{-9, 0\}$

g) $x \in \left\{-1, \frac{3}{5}\right\}$

h) $x = 1$

PRZYKŁADOWE ZADANIA MATURALNE

CKE – maj 2023

Zadanie 9. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3}$$

jest przedział

A. $(-\infty, -4]$ **B.** $(-\infty, 4]$ **C.** $[-4, \infty)$ **D.** $[4, \infty)$

Rozwiązanie: C

Zadanie 10. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Do zbioru rozwiązań nierówności $2 - \frac{3-x}{2} > 2(x-3)$ należy liczba

A. -4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Rozwiązanie: A

Zadanie 11. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Do zbioru rozwiązań nierówności $3x - \frac{4(1+x)}{3} > -2(x+5)$ nie należy liczba

A. -1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** -7

Rozwiązanie: D

Zadanie 12. (0 – 1)

Dana jest nierówność $1 - \frac{2x-3}{2} < x + 4(3-x)$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Do zbioru rozwiązań tej nierówności **nie należy** liczba $x = 4$	**P**	**F**
2.	Zbiorem wszystkich rozwiązań tej nierówności jest przedział $\left(-\infty, 4\frac{3}{4}\right)$	**P**	**F**

Rozwiązanie: PP

CKE – maj 2023

Zadanie 13. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{3}(x^2-2)(x+3)=0$ jest liczba

A. 3 **B.** 2 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{2}$

Rozwiązanie: D

Zadanie 14. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jednym z rozwiązań równania $2x(4-x)(x^2+9)=0$ jest liczba

A. -2 **B.** -3 **C.** 4 **D.** 3

Rozwiązanie: C

Zadanie 15. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma rzeczywistych rozwiązań równania $-7(6-3x)(x^2+2x)(x^2+2)=0$ jest równa

A. -2 **B.** 0 **C.** 2 **D.** $-\sqrt{2}$

Rozwiązanie: B

Zadanie 16. (0 – 1)

Dane jest równanie $(2x-3)(2x+3)=4x^2$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania.	**P**	**F**
2.	Równanie nie ma rozwiązań.	**P**	**F**

Odpowiedź: FP

Zadanie 17. (0 – 1)

Dane jest równanie $-2x^2 + 4x + 6 = 0$, którego pierwiastkami są liczby x_1, x_2.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pierwiastki równania spełniają warunek $x_1{}^2 + x_2{}^2 \leq 10$.	**P**	**F**
2.	Wartość wyrażenia $(x_1)^2 \cdot x_2$ jest równa 3.	**P**	**F**

Odpowiedź: PP

Zadanie 18. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $2x(4 - x) < 0$ jest przedział

A. $(0: 4)$ **B.** $(-4: 0)$ **C.** $(0: +\infty)$ **D.** $(-\infty: 4)$

Rozwiązanie: A

Zadanie 19. (0 – 1)

Dana jest nierówność $-2(x - 4)(x + 1) \geq 0$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Do zbioru rozwiązań tej nierówności należy liczba $x = -\sqrt{2}$	**P**	**F**
2.	Zbiorem wszystkich rozwiązań tej nierówności jest zbiór $[-1; 4]$	**P**	**F**

Odpowiedź: FP

Zadanie 20. (0 – 1)

Dana jest nierówność $x^2 - x \leq 6$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	(-1) jest najmniejszą liczbą całkowitą należącą do zbioru rozwiązań tej nierówności	**P**	**F**
2.	Liczba $(2\sqrt{2} - 1)$ należy do zbioru rozwiązań tej nierówności.	**P**	**F**

Odpowiedź: FP

Zadanie 21. (0 – 2)

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak, aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Równaniem równoważnym do równania $2-3(x+2)=4x-\frac{3-x}{2}$ jest

A. $2-3x=7-7x.$

B. $3x+1=0.$

C. $2-3x-6=4x—2+7x.$

D. $16-6x=7x-3.$

E. $8-3x=4x-\frac{3-x}{2}.$

F. $4x+3=1-2x.$

G. $-13x-5=0.$

Odpowiedź: BF

Zadanie 22. (0 – 2)

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak, aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Zbiór rozwiązań nierówności $3-2(x-4)<3x+1$ jest równy zbiorowi rozwiązań nierówności

A. $2x-4>0.$

B. $3x+6>0.$

C. $2x^2>8$

D. $16-6x<7x-3.$

E. $2(4\frac{1}{2}-x)<4x-3.$

F. $4x>10-2x.$

G. $-3x-6<0.$

Odpowiedź: AE