



MATURA od 2023 r.

PLANIMETRIA

POZIOM PODSTAWOWY

**SAMORZĄDOWY OŚRODEK
DORADZTWA METODYCZNEGO
I DOSKONALENIA NAUCZYCIELI
w Kielcach**

Zbiór zadań z działu planimetria, przygotowujących maturzystę szkoły ponadpodstawowej do egzaminu maturalnego z matematyki

od roku 2023 na poziomie podstawowym

DRODZY NAUCZYCIELE MATEMATYKI SZKÓŁ PONADODSTAWOWYCH !

Przed nami duże wyzwanie dotyczące przygotowania młodzieży do zdawania egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym, egzaminu, który po raz pierwszy odbył się w maju 2023 roku. Egzamin ten sprawdza, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej.

W informatorze o egzaminie maturalnym z matematyki od roku szkolnego 2022/2023 zamieszczono przykładowe zadania egzaminacyjne wraz z rozwiązaniami. Pojawiają się w nim zadania nowej konstrukcji, które dotychczas nie występowały na egzaminach w latach poprzednich. Aby ułatwić Państwu pracę postanowiłem napisać zbiór zadań zawierający przykłady zadań, które ułatwią Wam spojrzeć na przyszły egzamin z nadzieją, że nasi uczniowie nie będą zaskoczeni nową formułą arkusza.

Jakiego typu zadania pojawiają się na egzaminie określa informator maturalny, ale mimo to krótko przypomnę.

W arkuszu egzaminacyjnym znajdują się zarówno zadania **zamknięte**, jak i **otwarte**.

Zadania **zamknięte** to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdują się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego,
- zadania typu prawda-fałsz (NOWOŚĆ),
- zadania na dobieranie (NOWOŚĆ).

Zadania **otwarte** to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź. Wśród zadań otwartych znajdują się m.in.:

- **zadania z luką**, wymagające uzupełnienia zdania albo zapisania odpowiedzi jednym lub kilkoma wyrazami, symbolami lub wyrażeniami matematycznymi określającymi własności obiektów matematycznych, w tym wykonania lub uzupełniania wykresu, zależności, diagramu, tabeli (NOWOŚĆ),
- zadania krótkiej odpowiedzi, wymagające wykonania prostego obliczenia lub bezpośredniego zapisania rozwiązania albo zapisania przeprowadzonego rozumowania lub obliczenia zwykle w dwóch lub trzech etapach
- zadania rozszerzonej odpowiedzi, wymagające utworzenia strategii rozwiązania problemu matematycznego i przedstawienia jej realizacji.

Piotr Leszczyński

Nauczyciel doradca metodyczny w zakresie matematyki

VIII. Planimetria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
- 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (np. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
- 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- 4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;
- 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
- 6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
- 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;
- 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
- 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
- 10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;
- 11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;
- 12) przeprowadza dowody geometryczne.

ZADANIA OTWARTE

Zadanie 1. Oblicz pole trójkąta w którym długości boków wynoszą: a , b , c .

a) $a = 6, b = 10, c = 8$

d) $a = 10, b = 10, c = 12$

b) $a = 10, b = 24, c = 26$

e) $a = 8, b = 10, c = 12$

c) $a = 6, b = 10, c = 2\sqrt{34}$

f) $a = 8, b = 10, c = 14$

a) $P = 24$

b) $P = 120$

c) $P = 30$

d) $P = 48$

e) $P = 15\sqrt{7}$

f) $P = 16\sqrt{6}$

Zadanie 2. Oblicz pole trójkąta, w którym boki mają długości a i b oraz kąt między tymi bokami ma miarę α .

a) $a = 6, b = 10, \alpha = 30^\circ$

d) $a = 7, b = 16, \alpha = 90^\circ$

b) $a = 3, b = 10, \alpha = 45^\circ$

e) $a = 6, b = 12, \alpha = 120^\circ$

c) $a = 4, b = 14, \alpha = 60^\circ$

f) $a = 10, b = 14, \alpha = 135^\circ$

a) $P = 16$ b) $P = \frac{15\sqrt{2}}{2}$ c) $P = 14\sqrt{3}$ d) $P = 56$ e) $P = 18\sqrt{3}$ f) $P = \frac{75\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 3. Pole trójkąta jest równe P . Dwa boki tego trójkąta mają długości a i b . Oblicz miarę kąta jaki tworzą te dwa boki.

a) $a = 6, b = 10, P = 15$

c) $a = 8, b = 4\sqrt{3}, P = 24$

b) $a = 4, b = 6\sqrt{2}, P = 12$

d) $a = 7, b = 12, P = 42$

a) $\alpha = 30^\circ$ lub $\alpha = 150^\circ$

c) $\alpha = 60^\circ$ lub $\alpha = 120^\circ$

b) $\alpha = 45^\circ$ lub $\alpha = 135^\circ$

d) $\alpha = 90^\circ$

Zadanie 4. Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 6 i 8. Obwód trójkąta T_2 jest równy 36. Oblicz pole trójkąta T_2 .

$P = 54$

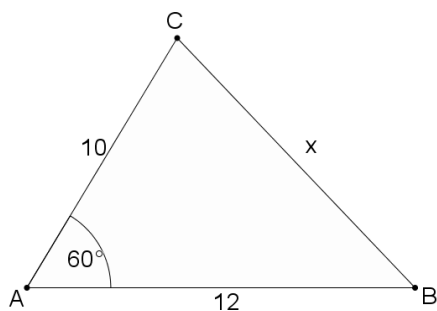
Zadanie 5. Trójkąty T_1 i T_2 są podobne. Pole trójkąta T_1 wynosi 16 cm^2 , a pole trójkąta T_2 64 cm^2 . Suma obwodów tych trójkątów jest równa 51 cm . Oblicz obwód trójkąta T_1 .

$Obw = 17$

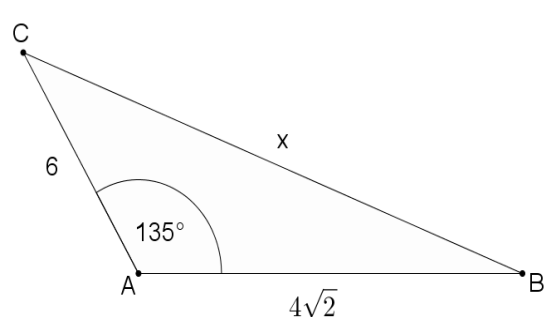
Twierdzenie cosinusów

Zadanie 6. Oblicz długość boku BC trójkąta ABC (dane przedstawione na rysunku)

a)



b)



a) $x = 2\sqrt{31}$

b) $x = 2\sqrt{5}$

Zadanie 7. Wyznacz cosinus najmniejszego kąta wewnętrznego α w trójkącie o bokach długości a , b oraz c .

a) $a = 6, b = 6, c = 6\sqrt{2}$

c) $a = 4, b = 5, c = 6$

b) $a = 10\sqrt{2}, b = 20\sqrt{2}, c = 10\sqrt{6}$

d) $a = 10, b = 8, c = 12$

a) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

c) $\cos\alpha = \frac{3}{4}$

d) $\cos\alpha = \frac{3}{4}$

Zadanie 8. Oblicz pole równoległoboku w którym długości boków wynoszą a oraz b , kąt między tymi bokami ma miarę α .

a) $a = 8, b = 10, \alpha = 30^\circ$

d) $a = 4, b = 11, \alpha = 150^\circ$

b) $a = 12, b = 10, \alpha = 45^\circ$

e) $a = 3, b = 12, \alpha = 120^\circ$

c) $a = 6, b = 14, \alpha = 60^\circ$

f) $a = 5, b = 13, \alpha = 135^\circ$

a) $P = 40$

b) $P = 50\sqrt{2}$

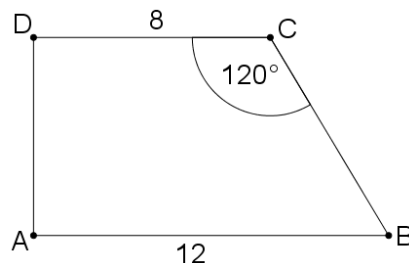
c) $P = 42\sqrt{3}$

d) $P = 22$

e) $P = 18\sqrt{3}$

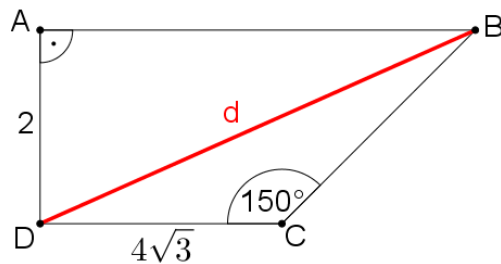
f) $P = \frac{65\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 9. Oblicz pole trapezu prostokątnego ABCD o kącie prostym przy wierzchołku A przedstawionego na rysunku.



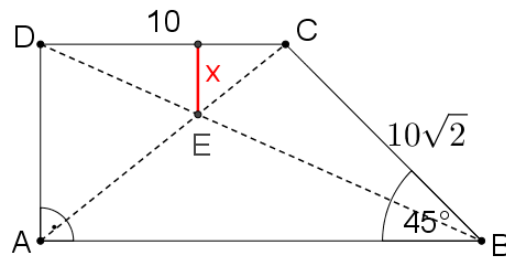
a) $P = 40\sqrt{3}$

Zadanie 10. Oblicz długość dłuższej przekątnej DB trapezu prostokątnego $ABCD$ o kącie prostym przy wierzchołku A przedstawionego na rysunku.



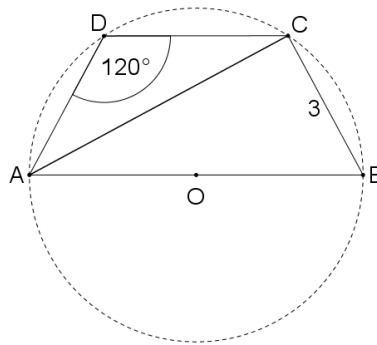
$d = 4\sqrt{7}$

Zadanie 11. Oblicz odległość punktu E, będącego punktem przecięcia przekątnych DB oraz AC trapezu prostokątnego $ABCD$, od boku DC . (rysunek poniżej).



$$x = \frac{10}{3}$$

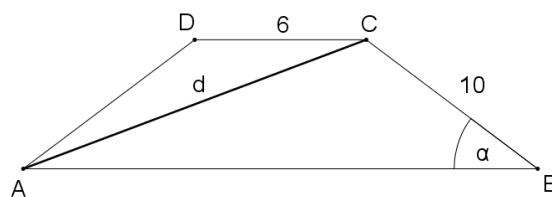
Zadanie 12. Trapez $ABCD$ wpisano w okrąg o środku O (rysunek poniżej). Podstawa AB jest średnicą okręgu, a ramię BC ma długość 3. Miara kąta ADC jest równa 120° . Oblicz pole koła ograniczonego tym okręgiem.



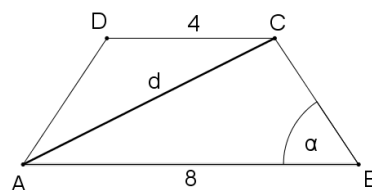
$$P = 9\pi$$

Zadanie 13. Oblicz długość przekątnej trapezu równoramiennego $ABCD$ przedstawionego na rysunku, jeśli

a) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.



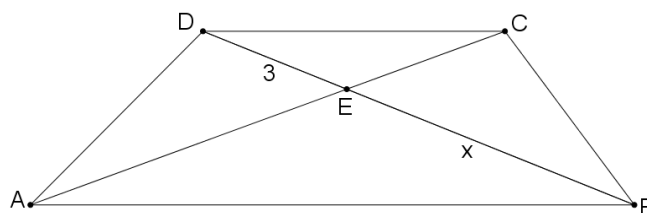
b) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.



a) $d = 2\sqrt{58}$

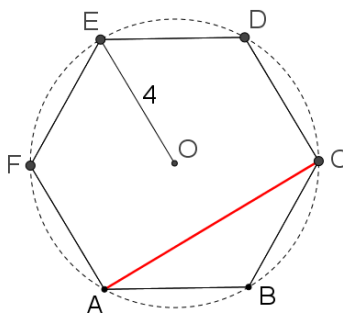
b) $d = \frac{3\sqrt{15}}{2}$

Zadanie 14. Przekątne trapezu ABCD przecinają się w punkcie E. Pole trójkąta ABE jest równe 36, pole trójkąta CDE 9, a długość odcinka $|DE| = 3$ (rysunek poniżej). Oblicz długość odcinka EB.



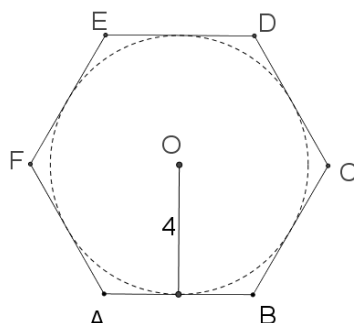
$$|EB| = 6$$

Zadanie 15. W okrąg o promieniu $r = 4$ wpisano sześciokąt foremny (rysunek poniżej). Oblicz długość odcinka AC.



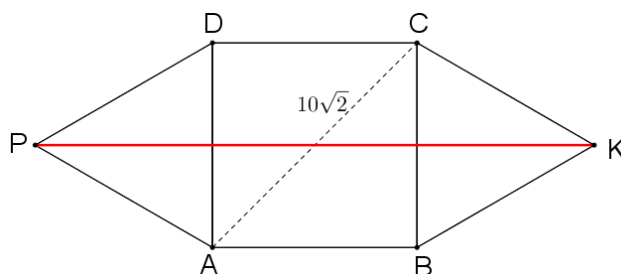
$$|AC| = 4\sqrt{3}$$

Zadanie 16. Na kole o promieniu $r = 4$ opisano sześciokąt foremny (rysunek poniżej). Oblicz obwód tego sześciokąta.



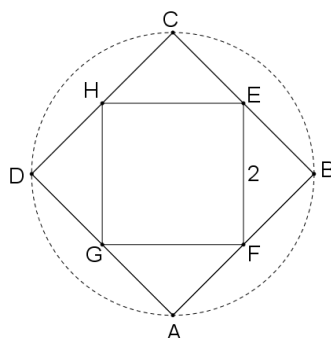
$$Obw = 8\sqrt{3}$$

Zadanie 17. Przekątna AC kwadratu $ABCD$ ma długość $10\sqrt{2}$. Na bokach BC oraz AD zbudowano dwa trójkąty równoboczne (rysunek poniżej). Oblicz długość odcinka PK .



$$|PK| = 10 + 10\sqrt{3}$$

Zadanie 18. W koło wpisano kwadrat $ABCD$. Środki boków tego kwadratu połączono i otrzymano kwadrat o boku 2. Oblicz pole koła.



$$P = 4\pi$$

Zadanie 19. Pole koła jest równe P . Oblicz długość R promienia tego koła.

a) $P = 144\pi$

b) $P = 2\frac{1}{4}\pi$

c) $P = 36$

a) $R = 12$

b) $R = \frac{3}{2}$

c) $R = \frac{6}{\sqrt{\pi}}$

Zadanie 20. Pole wycinka koła wyznaczonego przez kąt środkowy α jest równe P . Oblicz długość R promienia tego koła.

a) $P = 9\pi, \alpha = 90^\circ$

b) $P = 12\pi, \alpha = 30^\circ$

c) $P = \frac{27}{4}\pi, \alpha = 120^\circ$

a) $R = 6$

b) $R = 12$

c) $R = \frac{9}{2}$

Zadanie 21. Długość okręgu jest równa l . Oblicz długość R promienia tego okręgu.

a) $P = 144\pi$

b) $P = 3\sqrt{3}\pi$

c) $P = 50$

a) $R = 72$

b) $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

c) $R = \frac{25}{\pi}$

Zadanie 22. Długość łuku okręgu wyznaczonego przez kąt środkowy α jest równa L . Oblicz długość promienia R oraz średnicę d tego okręgu.

a) $L = \pi, \alpha = 60^\circ$

b) $L = 15\pi, \alpha = 150^\circ$

c) $L = 12\pi, \alpha = 270^\circ$

a) $R = 3, d = 6$

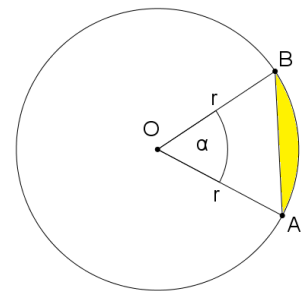
b) $R = 18, d = 36$

c) $R = 8, d = 16$

Zadanie 23. Oblicz pole odcinka koła o promieniu r wyznaczonego przez cięciwę AB i kąt AOB o mierze α (rysunek obok).

a) $r = 2, \alpha = 30^\circ$

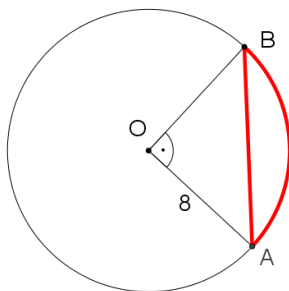
b) $r = 8, \alpha = 45^\circ$



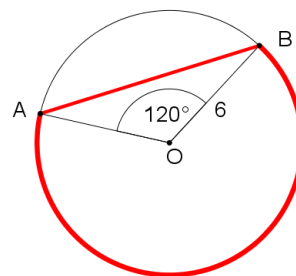
a) $P = \frac{1}{3}\pi - 1$

b) $P = 8\pi - 16\sqrt{2}$

Zadanie 24. Oblicz długość grubej czerwonej linii przedstawionej na rysunku.



a)

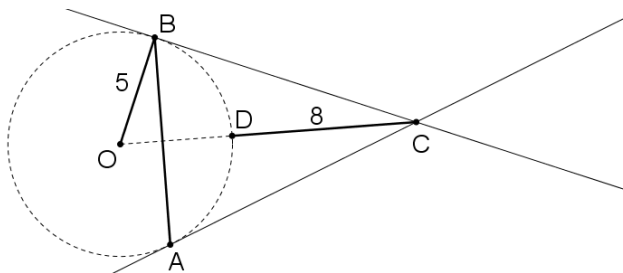


b)

a) $4\pi + 8\sqrt{2}$

b) $8\pi + 6\sqrt{3}$

Zadanie 25. Przez punkty A oraz B poprowadzono styczne do okręgu o środku O i promieniu 5, które przecinają się w punkcie C (rysunek poniżej). Punkt D , należący do tego okręgu, leży na odcinku OC . Długość odcinka DC jest równa 8.



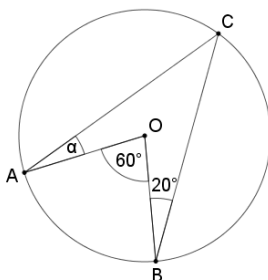
a) Oblicz długość odcinka AC .

b) Oblicz długość odcinka AB .

a) $|AC| = 12$

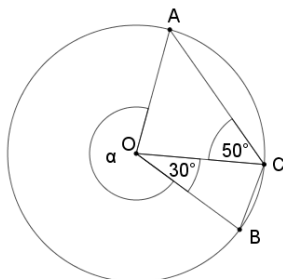
b) $|AB| = \frac{60}{13}$

Zadanie 26. Punkt O jest środkiem okręgu. Wyznacz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



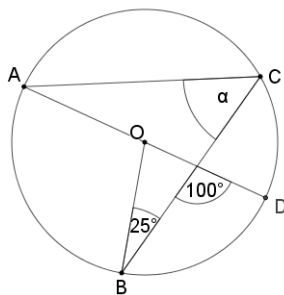
$\alpha = 10^\circ$

Zadanie 27. Punkt O jest środkiem okręgu. Wyznacz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



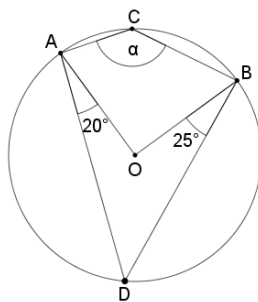
$\alpha = 25^\circ$

Zadanie 28. Odcinek AD jest średnicą okręgu. Wyznacz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



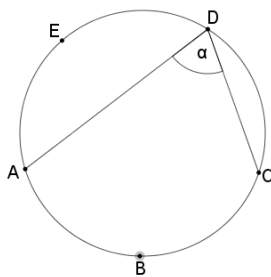
$$\alpha = 52,5^{\circ}$$

Zadanie 29. Punkt O jest środkiem okręgu. Wyznacz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



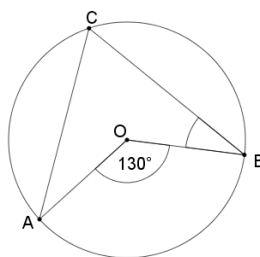
$$\alpha = 135^{\circ}$$

Zadanie 30. Punkty $ABCDE$ dzielą okrąg na 5 równych części. Wyznacz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



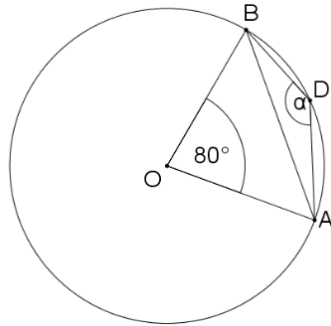
$$\alpha = 72^{\circ}$$

Zadanie 31. Wyznacz miarę kąta OBC , jeżeli $|CA| = |CB|$ oraz $|\sphericalangle AOB| = 130^{\circ}$.



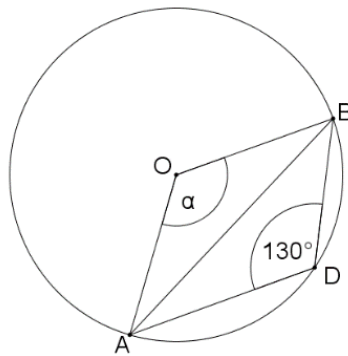
$$\alpha = 72^{\circ}$$

Zadanie 32. Miara kąta środkowego AOB jest równa 80° (rysunek poniżej) Wyznacz miarę kąta ADB oznaczonego symbolem α .



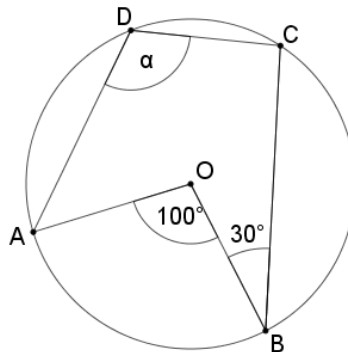
$$\alpha = 140^\circ$$

Zadanie 33. Miara kąta wpisanego ADB jest równa 130° (rysunek poniżej) Wyznacz miarę kąta środkowego AOB oznaczonego symbolem α .



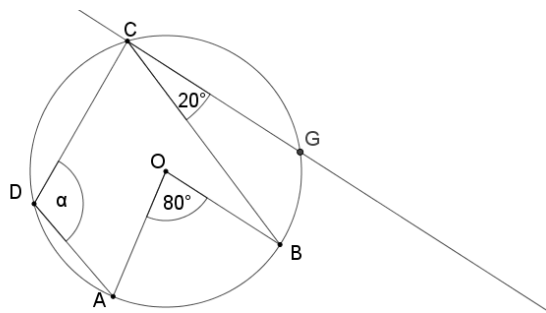
$$\alpha = 100^\circ$$

Zadanie 34. Punkt O jest środkiem okręgu. Wyznacz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



$$\alpha = 110^\circ$$

Zadanie 35. Punkt O jest środkiem okręgu oraz prosta GC jest równoległa do promienia OB . Wyznacz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



8. $\alpha = 110^\circ$

Zadanie 36. Wyznacz miary kątów: środkowego i wpisanego opartych na łuku stanowiącym $\frac{1}{6}$ długości okręgu.

Miara kąta środkowego: 60° , miara kąta wpisanego: 30°

Zadanie 37. Wyznacz miarę kąta wpisanego opartego na łuku stanowiącym $\frac{5}{6}$ długości okręgu.

Miara kąta wpisanego: 150°

Zadanie 38. Suma miar kąta środkowego i wpisanego opartych na tym samym łuku okręgu jest równa 290° . Oblicz miarę kąta wpisanego.

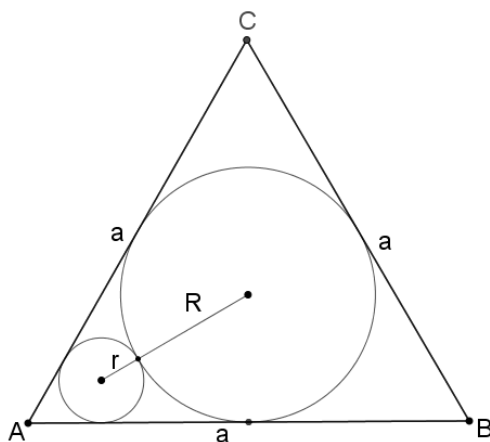
Miara kąta wpisanego: $76\frac{2}{3}$

Zadanie 39. Cięciwa podzieliła okrąg na łuki w stosunku 2: 3. Oblicz miarę kąta wpisanego opartego na dłuższym łuku okręgu.

Miara kąta wpisanego: 108°

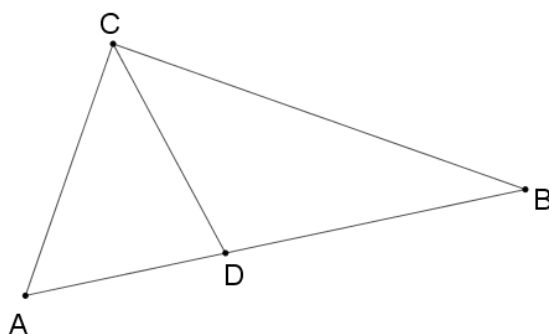
DOWODY GEOMETRYCZNE

Zadanie 1. W trójkąt równoboczny o boku a wpisano dwa styczne wewnętrznie okręgi o promieniach R i r (tak jak na rysunku).



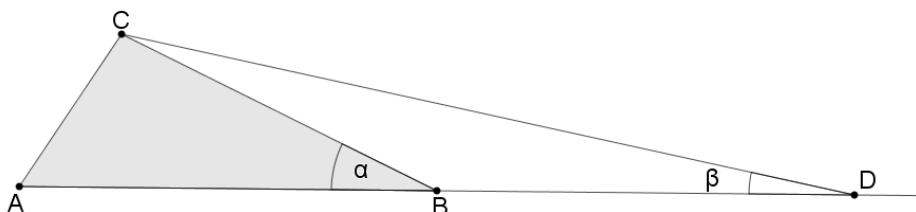
Uzasadnij, że $r < \frac{a\sqrt{3}}{12}$.

Zadanie 2. W trójkącie ABC na boku AB wybrano punkt D , taki że $|AD| = \frac{2}{5}|AB|$ oraz $|AC| = |DC|$.



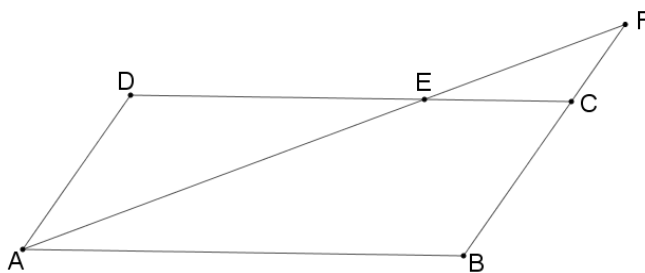
Uzasadnij, że $\frac{P_{\Delta ADC}}{P_{\Delta DBC}} = \frac{2}{3}$.

Zadanie 3. Na przedłużeniu boku AB trójkąta ABC obrano punkt D taki, że $|CB| = |BD|$. (rysunek poniżej)



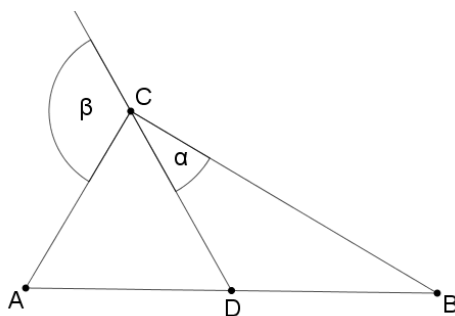
Uzasadnij, że $\alpha = 2\beta$.

Zadanie 4. Na boku CD równoległoboku $ABCD$ obrano taki punkt E , że $|DE| = 2|EC|$. Punkt E jest punktem przecięcia prostych AE i BC (rysunek poniżej).



Uzasadnij, że $|BC| = 2|CF|$

Zadanie 5. Środekowa CD trójkąta ABC ma długość równą $\frac{1}{2}|AB| = |AC|$. Półprosta DC tworzy z bokiem AB kąt β (rysunek poniżej).

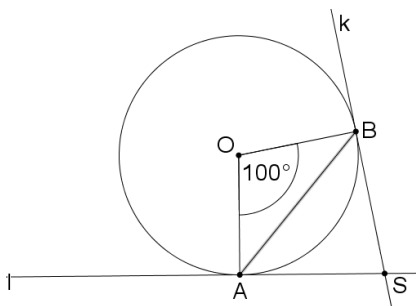


Uzasadnij, że $\beta = 4\alpha$.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0 – 1)

Punkty A oraz B leżą na okręgu o środku O . Proste k i l są styczne do tego okręgu w punktach odpowiednio A i B . Te proste przecinają się w punkcie S . Miara kąta AOB jest równa 100° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ABS jest równa

- A. 60° B. 90° C. 80° D. 50°

D

Zadanie 2. (0 – 1)

Długości boków trójkąta są równe 6, 10, 12.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus najmniejszego kąta wewnętrznego α w tym trójkącie jest równy

- A. $\frac{13}{15}$ B. $-\frac{1}{15}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{15}{13}$

A

Zadanie 3. (0 – 1)

Pole trójkąta równobocznego jest równe $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 3

C

Zadanie 4. (0 – 1)

Bok rombu ma długość 10 cm a dłuższa przekątna 16 cm.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole rombu jest równe 96 cm^2 .	P	F
2.	Cosinus kąta rozwartego jest równy $-\frac{7}{25}$.	P	F

PP

Zadanie 5. (0 – 1)

Na trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 5 cm i 12 cm opisano okrąg.

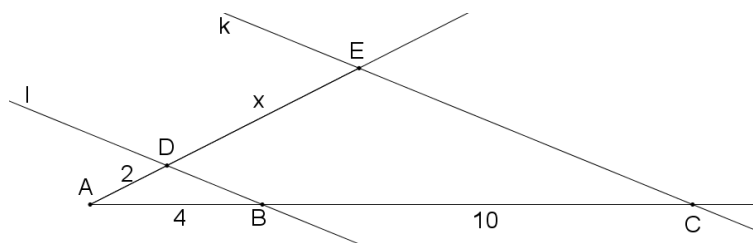
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Promień tego okręgu jest równy 6,5 cm.	P	F
2.	Pole tego trójkąta jest równe 60 cm^2 .	P	F

PF

Zadanie 6. (0-1)

Proste l i k przedstawione na rysunku są równoległe



Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Odcinek DE ma długość

A.	$x = 12$	oraz	1.	$ AD + DE = AB + BC $
B.	$x = 5$		2.	$ AD \cdot DE = AB \cdot BC $
C.	$x = 20$		3.	$\frac{ AD }{ DE } = \frac{ AB }{ BC }$

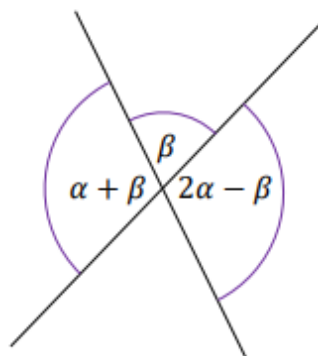
C3

ZADANIA MATURALNE

CKE – 4 marca 2022

Zadanie 1. (0-2)

Dane są dwie przecinające się proste. Miary kątów utworzonych przez te proste zapisano za pomocą wyrażeń algebraicznych (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Układem równań, w którym zapisano prawidłowe zależności między miarami kątów utworzonych przez te proste, jest układ

- A. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 90^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$
- B. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$
- C. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$
- D. $\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$
- E. $\begin{cases} \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \\ 180^\circ - (2\alpha - \beta) = \beta \end{cases}$
- F. $\begin{cases} 3\alpha + 2\beta = 360^\circ \\ 2\alpha - \beta = 2\beta \end{cases}$

Zadanie 2. (0-1)

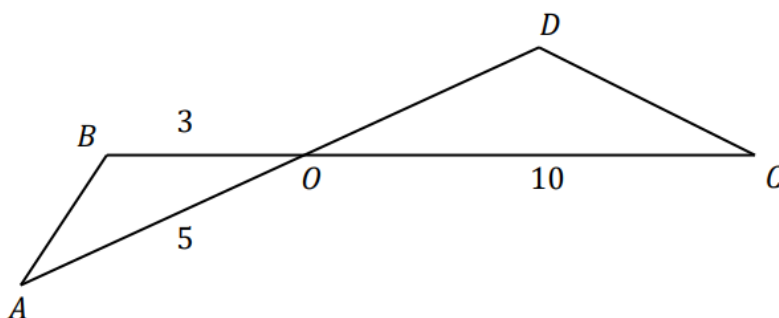
Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 6$, $|BC| = 5$, $|AC| = 10$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Cosinus kąta ABC jest równy $(-0,65)$.	P	F
Trójkąt ABC jest rozwartokątny.	P	F

Zadanie 3. (0-1)

Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O . W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 5$, $|BO| = 3$, $|OC| = 10$, $|\sphericalangle OAB| = |\sphericalangle OCD|$ (zobacz rysunek).

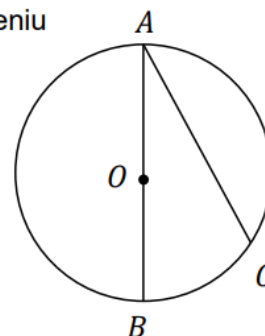


Oblicz długość boku OD trójkąta ODC .

Zapisz obliczenia.

Zadanie 4. (0-1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku w punkcie O i promieniu $r = 8$ (zobacz rysunek). Cięciwa AC ma długość $8\sqrt{3}$.



Dokończ zdanie.

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta BAC jest równa

- A. 30°
- B. 45°
- C. 15°
- D. 60°

Zadanie 5. (0-1)

Dane są dwa trójkąty podobne ABC i KLM o polach równych – odpowiednio – P oraz $2P$.
Obwód trójkąta ABC jest równy x .

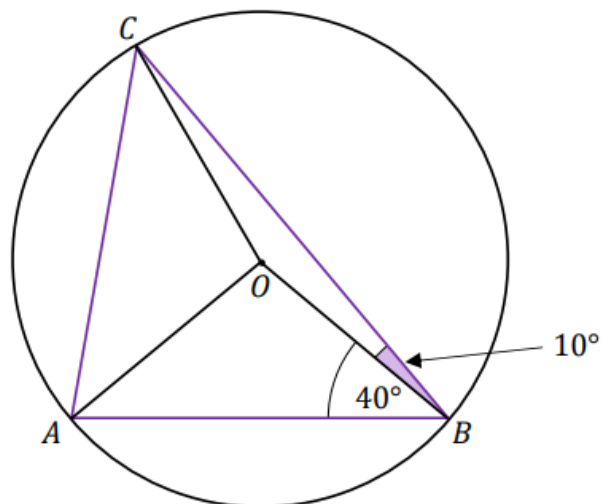
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Obwód trójkąta KLM jest równy

A.	$\sqrt{2} \cdot x,$	ponieważ stosunek obwodów trójkątów podobnych jest równy	1.	kwadratowi stosunku pól tych trójkątów.
			2.	pierwiastkowi kwadratowemu ze stosunku pól tych trójkątów.
B.	$2x,$		3.	stosunkowi pól tych trójkątów.

Zadanie 6. (0-1)

Punkty A , B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O . Kąt ABO ma miarę 40° , a kąt OBC ma miarę 10° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ACO jest równa

- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

Zadanie 7. (0-2)

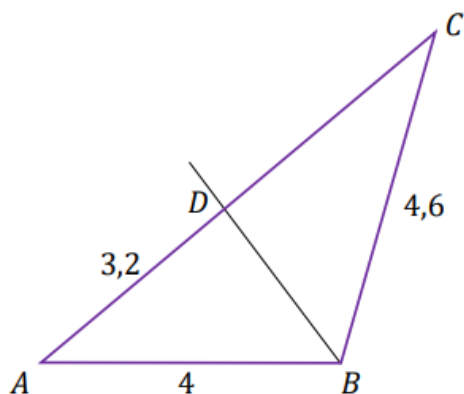
Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8.

Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0-1)

W trójkącie ABC bok AB ma długość 4, a bok BC ma długość 4,6. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC w punkcie D takim, że $|AD| = 3,2$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

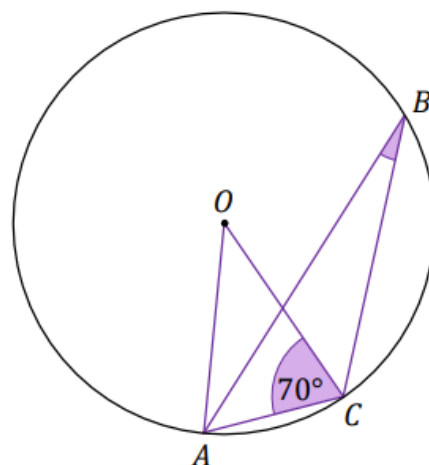
Odcinek CD ma długość

- A. $\frac{64}{23}$ B. $\frac{16}{5}$ C. $\frac{23}{4}$ D. $\frac{92}{25}$

CKE – maj 2023

Zadanie 9. (0-1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O . Kąt ACO ma miarę 70° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ABC jest równa

- A. 10° B. 20° C. 35° D. 40°

Zadanie 10. (0-1)

W rombie o boku długości $6\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę 150° .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

- A. 24 B. 72 C. 36 D. $36\sqrt{2}$

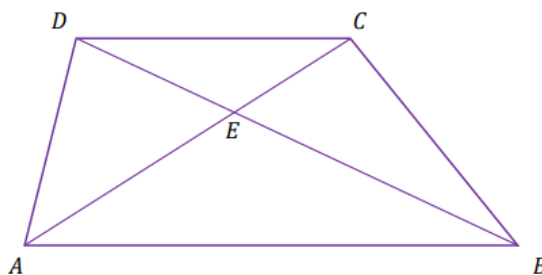
Zadanie 11. (0-2)

Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 5 i 12. Przeciwprostokątna trójkąta T_2 ma długość 26.

Oblicz pole trójkąta T_2 . Zapisz obliczenia.

Zadanie 12. (0-1)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).

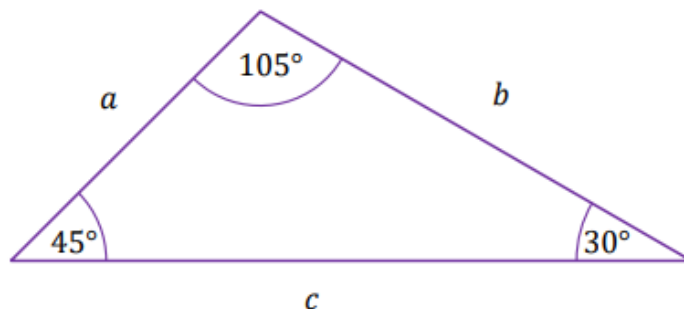


Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABE jest podobny do trójkąta CDE .	P	F
Pole trójkąta ACD jest równe polu trójkąta BCD .	P	F

Zadanie 13. (0-2)

Dany jest trójkąt, którego kąty mają miary 30° , 45° oraz 105° . Długości boków trójkąta, leżących naprzeciwko tych kątów są równe – odpowiednio – a , b oraz c (zobacz rysunek).



Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.

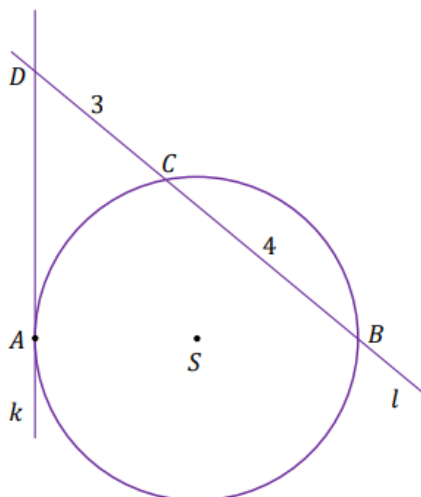
Pole tego trójkąta poprawnie określają wyrażenia oznaczone literami:

..... oraz

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot c$
- B. $\frac{1}{4} \cdot a \cdot c$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a \cdot c$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot b \cdot c$
- E. $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c$
- F. $\frac{1}{4} \cdot b \cdot c$

Zadanie 14. (0-1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku S . Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A . Prosta l przecina ten okrąg w punktach B i C . Proste k i l przecinają się w punkcie D , przy czym $|BC| = 4$ i $|CD| = 3$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość punktu A od prostej l jest równa

- A. $\frac{7}{2}$ B. 5 C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{3} + 2$

Zadanie 15. (0-1)

Pole trójkąta równobocznego T_1 jest równe $\frac{(1,5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$. Pole trójkąta równobocznego T_2 jest równe $\frac{(4,5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

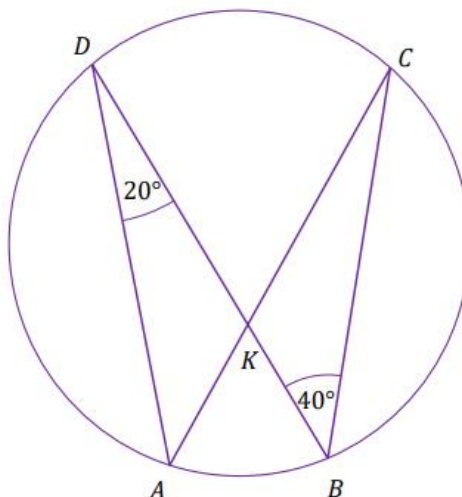
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Trójkąt T_2 jest podobny do trójkąta T_1 w skali

A.	3,	ponieważ	1.	każdy z tych trójkątów ma dokładnie trzy osie symetrii.
			2.	pole trójkąta T_2 jest 9 razy większe od pola trójkąta T_1 .
B.	9,		3.	bok trójkąta T_2 jest o 3 dłuższy od boku trójkąta T_1 .

Zadanie 16. (0-1)

Na łukach AB i CD okręgu są oparte kąty wpisane ADB i DBC , takie, że $|\sphericalangle ADB| = 20^\circ$ i $|\sphericalangle DBC| = 40^\circ$ (zobacz rysunek). Cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie K .



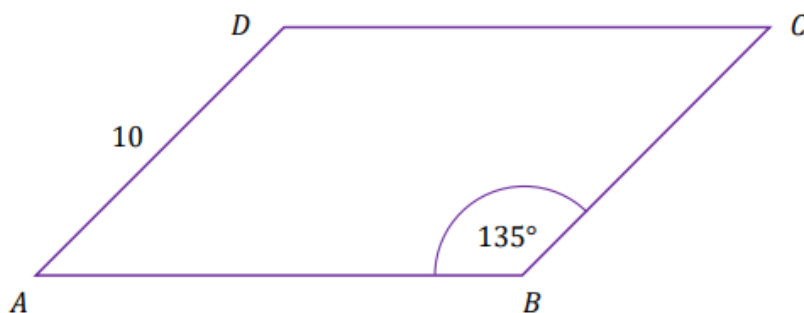
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta DKC jest równa

- A. 80° B. 60° C. 50° D. 40°

Zadanie 17. (0-1)

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku AB jest równa

- A. $8\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{2}$ C. $16\sqrt{2}$ D. $16\sqrt{3}$

Zadanie 18. (0-1)

Trapez T_1 , o polu równym 52 i obwodzie 36, jest podobny do trapezu T_2 . Pole trapezu T_2 jest równe 13.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trapezu T_2 jest równy

- A. 18 B. 9 C. $\frac{169}{9}$ D. $\frac{52}{3}$

Zadanie 19. (0-1)

Koło ma promień równy 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód wycinka tego koła o kącie środkowym 30° jest równy

- A. $\frac{3}{4}\pi$ B. $\frac{1}{2}\pi$ C. $\frac{3}{4}\pi + 6$ D. $\frac{1}{2}\pi + 6$

Zadanie 20. (0-1)

W okręgu \mathcal{O} kąt środkowy β oraz kąt wpisany α są oparte na tym samym łuku. Kąt β ma miarę o 40° większą od kąta α .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta β jest równa

- A. 40° B. 80° C. 100° D. 120°

Zadanie 21. (0-1)

W trójkącie ABC długość boku AC jest równa 3, a długość boku BC jest równa 4. Dwusieczna kąta ACB przecina bok AB w punkcie D .

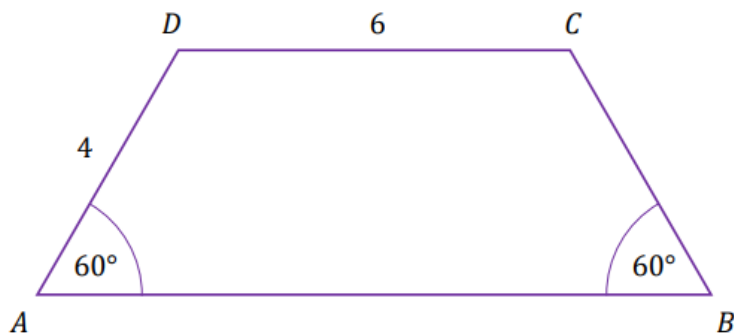
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek $|AD| : |DB|$ jest równy

- A. 4 : 3 B. 4 : 7 C. 3 : 4 D. 3 : 7

Zadanie 22. (0-2)

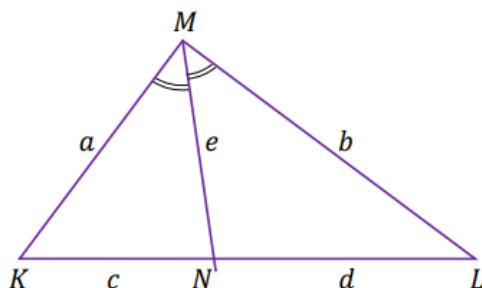
Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę 60° (zobacz rysunek).



Oblicz pole tego trapezu. Zapisz obliczenia.

Zadanie 23. (0-2)

Dany jest trójkąt KLM , w którym $|KM| = a$, $|LM| = b$ oraz $a \neq b$. Dwusieczna kąta KML przecina bok KL w punkcie N takim, że $|KN| = c$, $|NL| = d$ oraz $|MN| = e$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trójkącie KLM prawdziwa jest równość

A. $a \cdot b = c \cdot d$

B. $a \cdot d = b \cdot c$

C. $a \cdot c = b \cdot d$

D. $a \cdot b = e \cdot e$

Zadanie 24. (0-1)

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze 120° .

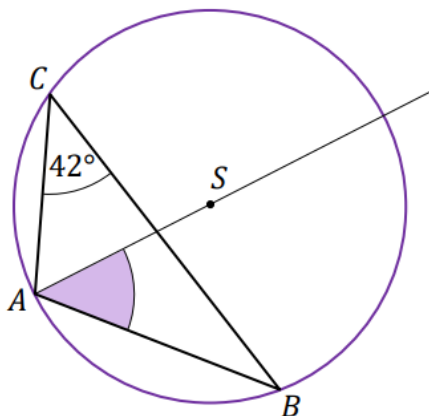
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego równoległoboku jest równe

- A. 12 B. $12\sqrt{3}$ C. 6 D. $6\sqrt{3}$

Zadanie 25. (0-1)

W trójkącie ABC , wpisanym w okrąg o środku w punkcie S , kąt ACB ma miarę 42° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BAS jest równa

- A. 42° B. 45° C. 48° D. 69°