

# **PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY**

W ROKU SZKOLNYM 2025-2026



## **MATEMATYKA**

POZIOM PODSTAWOWY

## **ZASADY OCENIANIA ZADAŃ**

KIELCE – GRUDZIEŃ 2025

### KLUCZ ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	1	2	3	5	6	7	9 (2 odp)	10
ODP	D	A	C	A	B	D	A E	B

Nr zadania	12	13.1	13.2	13.3	15.1	15.2	17	18
OPD	A3	PF	A	C	FP	D	C	C

Nr zadania	19	20	21	22	24	25	26	27
ODP	B	A2	D	FP	PP	D	A	A

Zasady oceniania zadania 8

2 pkt – wybranie dwóch poprawnych odpowiedzi

1 pkt – wybranie jednej lub dwóch odpowiedzi, z których jedna jest poprawna

0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.

## Schemat oceniania zadań otwartych

### Zadanie 4. (0-3)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej nieparzystej  $n$ , liczba  $n^2 + 4n + 3$  jest podzielna przez 8.

#### Zasady oceniania

3 pkt – przeprowadzenie pełnego dowodu: zapisanie  $n^2 + 4n + 3$  jako  $4(k^2 + 3k + 2)$  oraz wykazanie, że  $k^2 + 3k + 2$  jest liczbą naturalną parzystą

ALBO

przeprowadzenie pełnego dowodu: zapisanie liczby  $n^2 + 4n + 3$  w postaci

$4(k^2 + 3k) + 8$  i uzasadnienie, że liczba  $k^2 + 3k$  jest liczbą naturalną podzielną przez 2

ALBO

zapisanie liczby  $n^2 + 4n + 3$  w postaci iloczynu  $(n + 1)(n + 3)$  i stwierdzenie, że są to kolejne liczby parzyste, więc jedna z nich dzieli się przez 4. Stąd iloczyn liczb podzielnej przez 4 oraz liczby podzielnej przez 2 jest podzielny przez  $2 \cdot 4$  czyli przez 8.

2 pkt – zapisanie  $n^2 + 4n + 3$  jako  $4(k^2 + 3k + 2)$

ALBO

zapisanie  $n^2 + 4n + 3$  jako  $4(k^2 + 3k) + 8$

ALBO

zapisanie  $n^2 + 4n + 3$  jako  $(n + 1)(n + 3)$  i stwierdzenie, że  $n + 1$  (lub  $n + 3$ ) jest liczba parzysta

1 pkt – zapisanie, że liczba  $n^2 + 4n + 3 = (2k + 1)^2 + 4(2k + 1) + 3$ ,

gdzie  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Uwaga:**

**Jeżeli zdający sprawdza poprawność tezy tylko dla wybranych wartości  $n$ , to otrzymuje 0 punktów za całe rozwiązanie.**

### Przykładowe rozwiązania

#### *Sposób I*

Liczbę  $n$  można zapisać w postaci  $n = 2k + 1$ , gdzie  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ , a zatem

$$\begin{aligned}n^2 + 4n + 3 &= (2k + 1)^2 + 4(2k + 1) + 3 = 4k^2 + 4k + 1 + 8k + 4 + 3 \\ &= 4k^2 + 12k + 8 = 4(k^2 + 3k + 2)\end{aligned}$$

Liczbę  $n^2 + 4n + 3$  zapisaliśmy jako iloczyn liczby 4 oraz liczby  $(k^2 + 3k + 2)$ . Dlatego, aby udowodnić podzielność przez 8, wystarczy wykazać, że drugi czynnik w rozkładzie jest liczbą naturalną parzystą.

Liczbę  $k^2 + 3k + 2$  możemy zapisać w postaci iloczynowej, a zatem

$$k^2 + 3k + 2 = (k + 1)(k + 2)$$

Ponieważ  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ , to liczba  $(k + 1)(k + 2)$  jest iloczynem kolejnych liczb naturalnych, więc jedna z tych liczb jest parzysta.

Ostatecznie iloczyn  $(k + 1)(k + 2)$  jest liczbą naturalną podzielną przez 2.

To kończy dowód.

### Sposób II

Liczbę  $n^2 + 4n + 3$  możemy zapisać jako  $(n + 1)(n + 3)$ .

Liczba  $n$  jest liczbą naturalną nieparzystą, a zatem  $(n + 1)$  oraz  $(n + 3)$  są kolejnymi liczbami parzystymi, więc jedna z nich dzieli się przez 4.

Iloczyn liczb podzielnej przez 4 oraz liczby podzielnej przez 2 jest podzielny przez 8.

To kończy dowód.

### Zadanie 8. (0-3)

Rozwiąż równanie

$$\frac{5x - 1}{x - 2} = \frac{x + 2}{2x - 4}$$

Zapisz konieczne założenie i obliczenia.

### Zasady oceniania

3 pkt – zastosowanie poprawnej metody oraz zapisanie założenia  $x \neq 2$ , oraz poprawny wynik  $x = \frac{1}{2}$ .

2 pkt – przekształcenie równania  $\frac{5x-1}{x-2} = \frac{3}{2x-4}$  do równania liniowego, np.

$$2(5x - 1) = 3 \text{ oraz rozwiązanie tego równania: } x = \frac{1}{2},$$

ALBO

– przekształcenie równania  $\frac{5x-1}{x-2} = \frac{3}{2x-4}$  do równania kwadratowego, np.

$$(5x - 1)(2x - 4) = 3(x - 2), \text{ oraz rozwiązanie tego równania:}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ lub } x = 2,$$

ALBO

– przekształcenie równania  $\frac{5x-1}{x-2} = \frac{3}{2x-4}$  do równania liniowego, np.

$$2(5x - 1) = 3 \text{ oraz zapisanie założenia: } x \neq 2,$$

ALBO

– przekształcenie równania  $\frac{5x-1}{x-2} = \frac{3}{2x-4}$  do równania kwadratowego, np.

$$(5x - 1)(2x - 4) = 3(x - 2), \text{ oraz zapisanie założenia: } x \neq 2.$$

1 pkt – przekształcenie równania  $\frac{5x-1}{x-2} = \frac{3}{2x-4}$  do równania liniowego, np.

$$2(5x - 1) = 3,$$

ALBO

– przekształcenie równania  $\frac{5x-1}{x-2} = \frac{3}{2x-4}$  do równania kwadratowego, np.

$$(5x - 1)(2x - 4) = 3(x - 2),$$

ALBO

– zapisanie założenia:  $x \neq 2$ ,

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### *Sposób I*

$$\frac{5x - 1}{x - 2} = \frac{3}{2x - 4}$$

Każde z wyrażeń:  $\frac{5x-1}{x-2}$ ,  $\frac{3}{2x-4}$  ma sens liczbowy dla  $x \neq 2$ .

Przekształcamy równanie:

$$\frac{5x-1}{x-2} = \frac{3}{2x-4} \quad / \cdot 2(x-2), \text{ gdzie } x \neq 2$$

$$2(5x - 1) = 3$$

$$10x - 2 = 3$$

$$10x = 5$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Rozwiązaniem równania jest liczba  $x = \frac{1}{2}$ .

#### *Sposób II*

Każde z wyrażeń:  $\frac{5x-1}{x-2}$ ,  $\frac{3}{2x-4}$  ma sens liczbowy dla  $x \neq 2$ .

Stąd

$$\frac{5x - 1}{x - 2} = \frac{3}{2x - 4}$$

$$(5x - 1)(2x - 4) = 3(x - 2), \text{ gdzie } x \neq 2$$

$$10x^2 - 20x - 2x + 4 = 3x - 6$$

$$10x^2 - 22x + 4 + 6 - 3x = 0$$

$$10x^2 - 25x + 10 = 0 \quad / : 5$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\Delta = 9$$

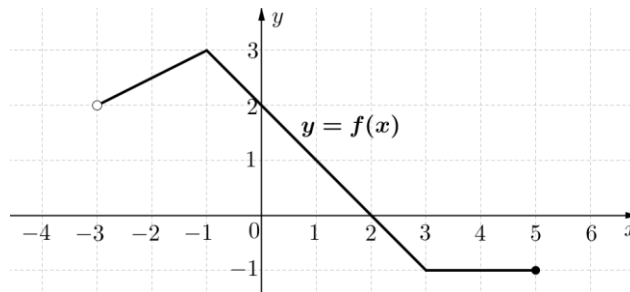
$$x_1 = \frac{5 - 3}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 + 3}{2 \cdot 2} = 2$$

Wobec założenia  $x \neq 2$  jedynym rozwiązaniem równania jest liczba  $x = \frac{1}{2}$ .

### Zadanie 11. (0-3)

Wykres funkcji  $f$  przedstawiono w układzie współrzędnych  $(x, y)$  na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedziną funkcji  $f$  jest przedział .....  $(-3, 5]$  .....
2. Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział .....  $[-1, 3]$  .....
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartości ujemne, jest przedział .....  $(2, 5]$  .....

### Zadanie 14. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$x(3 - x) \geq 1 - (6 + x)$$

Zapisz obliczenia.

Zasady oceniania

2pkt – spełnienie warunku określonego w zasadach oceniania za 1 pkt oraz zapisanie zbioru rozwiązań nierówności  $x \in [-1, 5]$

ALBO

– spełnienie warunku określonego w zasadach oceniania za 1 pkt oraz przedstawienie zbioru rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów.

1 pkt – obliczenie lub podanie pierwiastków trójmianu kwadratowego  $-x^2 + 4x + 5$ :

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 5.$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Uwagi:**

1. Jeżeli zdający, obliczając pierwiastki trójmianu  $-x^2 + 4x + 5$ , popełni błędy (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający wyznacza pierwiastki trójmianu kwadratowego w przypadku, gdy błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik  $\Delta$  jest ujemny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia, i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
4. Akceptowane jest zapisanie pierwiastków trójmianu w postaci  $a + b\sqrt{c}$ , gdzie  $a, b, c$  są liczbami wymiernymi.
5. Jeżeli zdający poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów i jednocześnie zapisze niewłaściwy przedział jako zbiór rozwiązań, np.:  $x \in (-1, 5)$ , to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

**Przykładowe rozwiązanie**

$$x(3 - x) \geq 1 - (6 + x)$$

Zapisujemy nierówność w postaci  $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$  i obliczamy miejsca zerowe funkcji kwadratowej  $y = -x^2 + 4x + 5$ .

Obliczamy wyróżnik trójmianu  $-x^2 + 4x + 5$ .

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 5 = 16 + 20 = 36$$

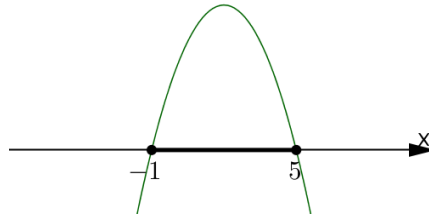
Stąd

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{36}}{2 \cdot (-1)} = 5$$

$$x_2 = \frac{-4 + \sqrt{36}}{2 \cdot (-1)} = -1$$

Szkicujemy wykres funkcji kwadratowej  $y = -x^2 + 4x + 5$

Odczytujemy wszystkie argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości nieujemne.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział  $[-1, 5]$ .

### Zadanie 16. (0-3)

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej  $f$  są liczby  $(-1)$  oraz  $3$ . Punkt  $A = (2, 6)$  należy do wykresu funkcji  $f$ . Funkcję tę możemy zapisać w postaci ogólnej  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Oblicz wartości  $a$ ,  $b$  i  $c$ .

#### Zapisz obliczenia

#### Zasady oceniania (sposobu I)

3pkt – wyznaczenie wartości wszystkich współczynników:  $a = -2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 6$ .

2pkt – wyznaczenie współczynnika  $a$ :  $a = -2$

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji  $f$  w postaci  $f(x) = a(x + 1)(x - 3)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

#### Zasady oceniania (sposobu II)

3pkt – wyznaczenie wartości wszystkich współczynników:  $a = -2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 6$ .

2pkt – poprawne wyznaczenie jednego współczynnika:  $a = -2$  albo  $b = 4$  albo  $c = 6$

1 pkt – zapisanie **trzech** warunków wynikających z treści zadania

$$\text{np.: } f(-1) = 0, \quad f(3) = 0 \quad \text{oraz} \quad f(2) = 6$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

#### Zasady oceniania (sposobu III)

3pkt – wyznaczenie wartości wszystkich współczynników:  $a = -2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 6$ .

2pkt – zapisanie układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi, np.

$$\begin{cases} 6 = a \cdot 2^2 - 2a \cdot 2 + c \\ 0 = a \cdot (-1)^2 - 2a \cdot (-1) + c \end{cases}$$

1 pkt – wyznaczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka paraboli

$$p = 1$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

## Przykładowe rozwiązanie

sposób I

Z faktu, że miejscami zerowymi są liczby  $(-1)$  oraz  $3$  wzór funkcji  $f$  możemy zapisać w postaci  $f(x) = a(x + 1)(x - 3)$

Do wykresu należy punkt  $A = (2, 6)$ , więc

$$\begin{aligned}6 &= a(2 + 1)(2 - 3) \\ a &= -2\end{aligned}$$

Zatem postać iloczynowa funkcji  $f$ , to

$$f(x) = -2(x + 1)(x - 3)$$

Przekształcamy wzór funkcji  $f$  do postaci ogólnej  $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

Ostatecznie:  $a = -2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 6$ .

sposób II

Funkcję  $f$  możemy zapisać w postaci ogólnej  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ .

Z treści zadania wynika, że

$$\begin{cases}0 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \\ 0 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \\ 6 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c\end{cases}$$

Rozwiązując ten układ otrzymujemy

$$\begin{cases}a = -2 \\ b = 4 \\ c = 6\end{cases}$$

Sposób III

Z faktu, że miejscami zerowymi są liczby  $(-1)$  oraz  $3$ , więc pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli będącej wykresem tej funkcji jest równa  $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$$p = \frac{-1 + 3}{2}$$

$$p = 1$$

$$\frac{-b}{2a} = 1$$

$$b = -2a$$

Funkcję możemy zapisać

$$f(x) = ax^2 - 2ax + c$$

$$\begin{cases}6 = a \cdot 2^2 - 2a \cdot 2 + c \\ 0 = a \cdot (-1)^2 - 2a \cdot (-1) + c\end{cases}$$

$$\begin{cases}6 = c \\ 0 = 3a + 6\end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 6 \\ a = -2 \end{cases}$$

Ostatecznie:  $a = -2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 6$ .

### Zadanie 23. (0-2)

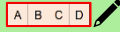
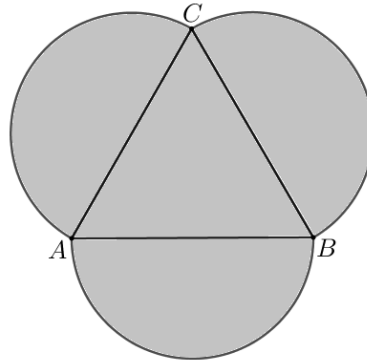


Figura  $f$  składa się z trójkąta równobocznego  $ABC$  oraz trzech półkoli, których średnicami są boki trójkąta  $ABC$ . Pole trójkąta  $ABC$  jest równe  $9\sqrt{3}$  (zobacz rysunek).



Oblicz obwód figury  $f$ . Zapisz obliczenia.

#### Przykładowe rozwiązanie

Korzystając ze wzoru na pole trójkąta równobocznego obliczamy długość boku.

Wprowadźmy oznaczenia:  $a = |AB| = |AC| = |BC|$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

$$a = 6$$

Promień  $R$  każdego półkola jest połową boku trójkąta, więc  $R = 3$ .

Obwód  $L$  figury  $f$  jest równy

$$L = 3 \cdot \pi R$$

$$L = 3 \cdot \pi \cdot 3$$

$$L = 9\pi$$

#### Zasady oceniania

2pkt – poprawna metoda obliczenia obwodu  $L = 9\pi$

1 pkt – obliczenie długości boku trójkąta  $ABC$ :  $a = 6$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Zadanie 28. (0-2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych losujemy jedną liczbę.

**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na wylosowaniu liczby, której suma wszystkich cyfr jest mniejsza od 4. Zapisz obliczenia.**

#### Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia  $A$  i uzyskanie poprawnego wyniku:  $P(A) = \frac{1}{90}$ .

1 pkt – zapisanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych:  $|\Omega| = 900$

ALBO

– wypisanie wszystkich liczb sprzyjających zdarzeniu  $A$   
 $\{100, 200, 101, 110, 300, 102, 120, 201, 210, 111\}$

ALBO

– zapisanie, że jest 10 wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu  $A$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

#### Przykładowe rozwiązanie

Zapisujemy ilość wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych.

$$|\Omega| = 9 \cdot 10 \cdot 10 = 900.$$

Wyznamy wszystkie zdarzenie elementarne sprzyjające zdarzeniu  $A$ . Ponieważ suma wszystkich cyfr liczby jest mniejsza od 4, więc suma ta jest równa 1 lub 2 lub 3.

Jest tylko jedna liczba trzycyfrowa, której suma wszystkich cyfr jest równa 1. Jest nią 100.

Sumę cyfr równą 2 mają liczby, w zapisie których jest jedna cyfra 2 i dwie cyfry 0 lub dwie cyfry 1 i jedna cyfra 0. Są trzy takie liczby: 200, 101, 110.

Sumę cyfr równą 3 mają liczby, w zapisie których jest jedna cyfra 3 i dwie cyfry 0 lub jedna cyfra 2, jedna cyfra 1 i jedna cyfra 0, lub trzy cyfry 1. Są to zatem następujące liczby: 300, 102, 120, 201, 210, 111.

Zatem

$$A = \{100, 200, 101, 110, 300, 102, 120, 201, 210, 111\}$$

Liczba wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu  $A$  jest równa  $|A| = 10$ .

Prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  jest więc równe

$$P(A) = \frac{10}{900} = \frac{1}{90}$$

### Zadanie 29. (0-4)

Przekątna podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość  $12\sqrt{2}$ , a pole jego powierzchni bocznej jest równe 240. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

**Zapisz obliczenia.**

#### Zasady oceniania

4 pkt – obliczenie objętości ostrosłupa  $V = 384$

3 pkt – obliczenie długości wysokości ostrosłupa  $H = 8$

2 pkt – obliczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa:  $h = 10$

1 pkt – obliczenie długości krawędzi podstawy  $a = 12$

ALBO

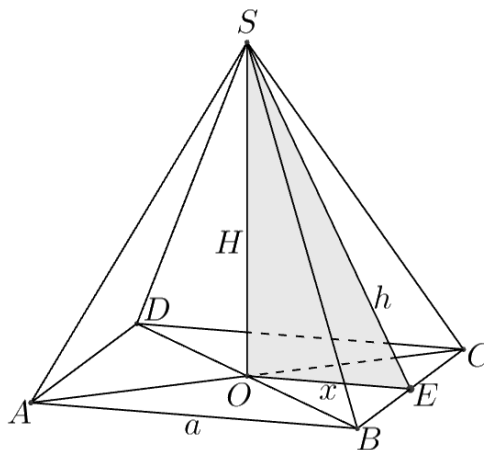
– obliczenie pola podstawy  $P_p = \frac{1}{2} \cdot |AC|^2 = 144$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

#### Przykładowe rozwiązanie

*Sposób I*

Wprowadźmy oznaczenia tak jak na rysunku:  $|AB| = a$ ,  $|OS| = H$ ,  $|SE| = h$ .



Podstawą ostrosłupa jest kwadrat, którego przekątna ma długość  $|AC| = a\sqrt{2}$ , więc

$$a\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$a = 12$$

Stosując wzór na pole kwadratu otrzymujemy pole podstawy.

$$P_p = a^2$$

$$P_p = 144$$

Stosując wzór na pole boczne ostrosłupa  $P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$  obliczamy wysokość ściany bocznej  $h$ .

$$2 \cdot 12 \cdot h = 240$$

$$h = 10$$

Odcinek  $OE$  ma długość  $x = 6$ , więc stosując twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta  $SOE$  otrzymujemy

$$h^2 = x^2 + H^2$$

$$10^2 = 6^2 + H^2$$

$$H = 8$$

Stosujemy wzór  $V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$  na objętość ostrosłupa

$$V = \frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 8$$

$$V = 384$$

### Zadanie 30. (0-3)

Pewien zakład produkuje ławki szkolne, które sprzedaje w cenie 800 zł za sztukę. Wielkość przychodów ze sprzedaży każdego dnia  $n$  sztuk ławek wyraża się wzorem  $P(n) = 800n$ . Koszty produkcji  $n$  ławek, w złotych, wyrażają się wzorem  $K(n) = 5n^2 + 500n - 100$ .

**Napisz wzór funkcji  $D(n)$  zależności dochodu od liczby  $n$  sprzedanych ławek (dochód jest różnicą między przychodem a kosztami wyprodukowania  $n$  ławek) oraz oblicz liczbę ławek, jaką należy wyprodukować i sprzedać każdego dnia, aby dzienny dochód zakładu był największy. Oblicz ten maksymalny dochód.**

#### Zasady oceniania

3 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawne wyniki, np.:

$$D(n) = -5n^2 + 300n + 100, \quad n = 30 \quad \text{oraz} \quad D(30) = 4600 \text{ zł.}$$

2 pkt – zapisanie poprawnego wzoru na dochód zakładu  $D(n) = -5n^2 + 300n + 100$  oraz obliczenie liczby wyprodukowanych ławek, dla której dochód dzienny zakładu jest największy  $n = 30$

ALBO

– zapisanie wzoru funkcji  $D$  w postaci kanonicznej  $D(n) = -5(n - 30)^2 + 4600$

1 pkt – zapisanie wzoru na dochód zakładu  $D(n) = -5n^2 + 300n + 100$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe rozwiązania

#### *Sposób I.*

Dochód zakładu możemy zapisać za pomocą wzoru:

$$D(n) = 800n - (5n^2 + 500n - 100)$$

$$D(n) = -5n^2 + 300n + 100, \text{ gdzie } n \in \mathbb{N}.$$

Wykresem funkcji  $D$  jest zbiorem punktów leżących na fragmencie paraboli skierowanej ramionami do dołu. Obliczamy pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli:  $p = \frac{-300}{2 \cdot (-5)} = 30$ .

Zatem funkcja  $D$  przyjmuje wartość największą dla argumentu  $n = 30$ .

Maksymalny dzienny dochód zakładu jest równy

$$D(30) = -5 \cdot 30^2 + 300 \cdot 30 + 100$$

$$D(30) = 4600$$

Ostatecznie:  $D(n) = -5n^2 + 300n + 100$ ,  $n = 30$  oraz  $D(30) = 4600$  zł.

#### *Sposób II*

Dochód zakładu możemy zapisać za pomocą wzoru:

$$D(n) = 800n - (5n^2 + 500n - 100)$$

$$D(n) = -5n^2 + 300n + 100, \text{ gdzie } n \in \mathbb{N}.$$

Funkcję  $D$  możemy zapisać w postaci kanonicznej

$$D(n) = -5(n^2 - 60n) + 100$$

$$D(n) = -5((n - 30)^2 - 900) + 100$$

$$D(n) = -5(n - 30)^2 + 4600$$

Z postaci kanonicznej odczytujemy współrzędne wierzchołka paraboli:  $W = (30, 4600)$ .

Interpretujemy otrzymane wartości: przy wyprodukowaniu i sprzedaniu 30 ławek dziennie zakład osiągnie największy dochód wynoszący 4600 zł.

Ostatecznie:  $D(n) = -5n^2 + 300n + 100$ ,  $n = 30$  oraz  $D(30) = 4600$  zł.