

The logo for GeoGebra, featuring the word "GeoGebra" in a sans-serif font. The letter "o" is replaced by a blue geometric shape consisting of several small squares arranged in a circle.

GeoGebra jest bezpłatnym, jednym z najbardziej popularnych programów do nauki i nauczania matematyki.

W szkole GeoGebrę można wykorzystywać jako oprogramowanie do tworzenia ciekawych prezentacji różnych pojęć matematycznych, wizualizacji twierdzeń, definicji czy rozwiązań zadań (np. z parametrem). GeoGebra to program, który operuje punktami, prostymi, okręgami, wielokątami czy wektorami. Można wprowadzać też wzory różnych funkcji wyznaczać punkty wspólne wykresów czy miejsca zerowe. To tylko niewielka część możliwości tego programu.

Poniżej przedstawiam kilka zdjęć apletów oraz adresów stron internetowych, na których można je znaleźć. Są to programy wykonane w GeoGebrze, które można zastosować na lekcjach przy realizacji takich zagadnień jak: stereometria, funkcja liniowa, funkcja kwadratowa, trygonometria, planimetria oraz wiele innych.

Osoby, które chcą zainstalować GeoGebrę na swoim komputerze znajdą to oprogramowanie na stronie: www.geogebra.org

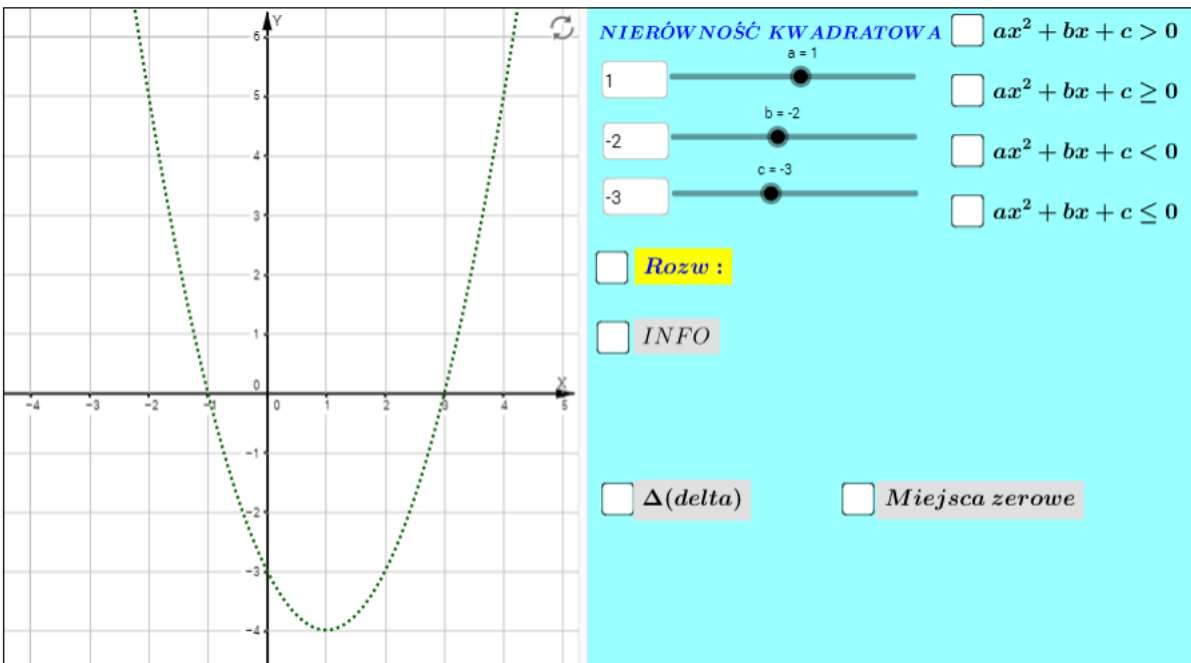
Opracował:

Piotr Leszczyński

Zastosowanie GeoGebry na lekcjach matematyki

<https://www.geogebra.org/m/auNaF37q>

NIERÓWNOŚCI KWADRATOWE



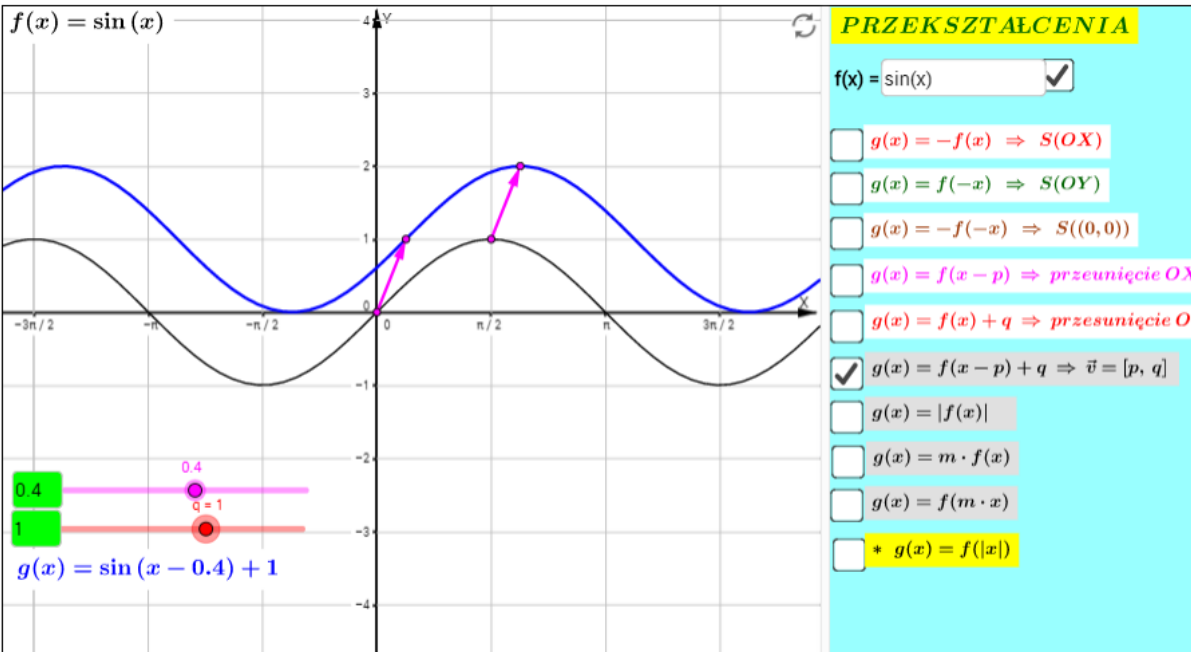
NIERÓWNOŚĆ KWADRATOWA $ax^2 + bx + c > 0$
 $ax^2 + bx + c \geq 0$
 $ax^2 + bx + c < 0$
 $ax^2 + bx + c \leq 0$

Rozw :
 INFO

Δ (delta) **Miejsca zerowe**

<https://www.geogebra.org/m/QU8MXZR8>

PRZEKSZTAŁCENIA - TRYGNOMETRIA



$f(x) = \sin(x)$

PRZEKSZTAŁCENIA

$f(x) = \sin(x)$

$g(x) = -f(x) \Rightarrow S(OX)$
 $g(x) = f(-x) \Rightarrow S(OY)$
 $g(x) = -f(-x) \Rightarrow S((0,0))$
 $g(x) = f(x - p) \Rightarrow$ przesunięcie OX
 $g(x) = f(x) + q \Rightarrow$ przesunięcie OY
 $g(x) = f(x - p) + q \Rightarrow \vec{v} = [p, q]$
 $g(x) = |f(x)|$
 $g(x) = m \cdot f(x)$
 $g(x) = f(m \cdot x)$
 * $g(x) = f(|x|)$

$g(x) = \sin(x - 0.4) + 1$

Zastosowanie GeoGebry na lekcjach matematyki

<https://www.geogebra.org/m/t7GYQ3xh>

PRZEKSZTAŁCENIA - DOWOLNA FUNKCJA

$f(x) = \log_2(x)$

$g(x) = |\log_2(x)|$

PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

$f(x) = \log_2(x)$ Wykres: $y = f(x)$

$g(x) = -f(x) \Rightarrow$ symetria względem osi x

$g(x) = f(-x) \Rightarrow$ symetria względem osi y

$g(x) = -f(-x) \Rightarrow$ symetria względem p. $(0, 0)$

$g(x) = f(x - p) \Rightarrow$ przesunięcie wzdłuż osi x

$g(x) = f(x) + q \Rightarrow$ przesunięcie wzdłuż osi y

$g(x) = f(x - p) + q \Rightarrow$ przesunięcie o $\vec{v} = [p, q]$

$g(x) = |f(x)|$

$g(x) = m \cdot f(x)$

$g(x) = f(m \cdot x)$

* $g(x) = f(|x|)$

<https://www.geogebra.org/m/dBrMtttt>

OSTROŚŁUP PRAWIDŁOWY CZWOROKĄTNY

$a = 6$

$h = 6$

$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot h$

$P_c = P_p + P_b$

kąt α - krawędź boczna - podstawa

kąt β - krawędź boczna - wysokość

kąt γ - krawędź boczna - krawędź podstawy

kąt δ - sąsiednie krawędzie boczne

kąt θ - przeciwległe krawędzie boczne

kąt α - ściana boczna - podstawa

kąt β - przeciwległe ściany boczne

kąt γ - sąsiednie ściany boczne

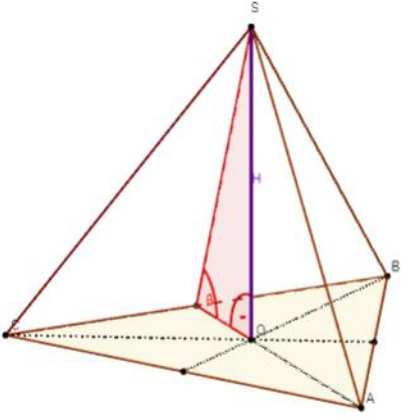
kąt α - kąt między wysokościami sąsiednich ścian bocznych (opuszczonych z wierzchołka S)

$a = 6$
 $h = 6$
 $h_1 = 6.71$

Zastosowanie GeoGebry na lekcjach matematyki

<https://www.geogebra.org/m/tJMju4Hr>

OSTROSŁUP PRAWIDŁOWY TRÓJKĄTNY



α - kąt między krawędzią boczną a podstawą
 β - kąt między ścianą boczną a podstawą
 γ - kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi
 ϵ - kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy
 δ - kąt między wysokością ostrosłupa a ścianą boczną
 λ - kąt między wysokością ostr. a krawędzią boczną
 H - wysokość ostrosłupa
 h - wysokości ściany bocznej (poprowadzonej z punktu S)
 h1 - wysokość ściany bocznej (poprowadzonej z punktu C)
 info

*Podstawą jest trójkąt równoboczny
Spodek wysokości znajduje się w punkcie będącym środkiem ciężkości podstawy.*

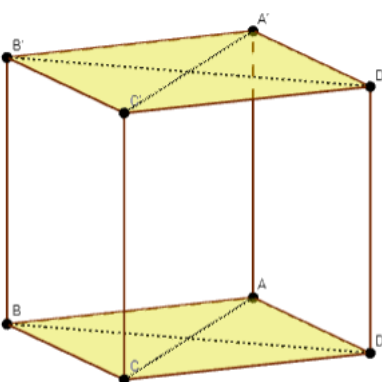
*a – krawędź podstawy H – wysokość ostrosłupa
h – wysokość ściany bocznej*

$$P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H \quad P_c = P_p + 3 \cdot P_\Delta$$

<https://www.geogebra.org/m/FyBJ2bQA>

SZEŚCIAN-PRZEKROJE



PRZEKROJE SZEŚCIANU

Przekroje płaszczyzną zawierającą przekątną podstawy.

Przekrój 1 kąt miara kąta

Przekrój 2 kąt miara kąta

Przekroje płaszczyzną zawierającą krawędź podstawy.

Przekrój 3 kąt miara kąta

Przekrój 4 kąt miara kąta

Inne przekroje

Przekrój 5 kąt miara kąta

Przekrój 6 kąt miara kąta

Przekrój 7 kąt miara kąta

Przekrój 8 kąt miara kąta

Zastosowanie GeoGebry na lekcjach matematyki

<https://www.geogebra.org/m/jCgMWegq>

GRANIASTOSŁUP SZEŚCIOKĄTNY - PRZEKROJE

Graniastosłup prawidłowy sześciokątny

a – krawędź podstawy
 h – wysokość graniastosłupa

najdłuższa przekątna graniastosłupa

krótsza przekątna graniastosłupa

przekątna ściany bocznej

przekrój (1) płaszczyzną prostopadłą do podstawy

przekrój (2) płaszczyzną prostopadłą do podstawy

przekrój (3) zawierający krótszą przekątną podstawy kąt

przekrój (4) zawierający dłuższą przekątną podstawy kąt

przekrój (5) zawierający dwie krawędzie podstaw kąt

pole podstawy

pole powierzchni bocznej

pole powierzchni całkowitej

objętość

<https://www.geogebra.org/m/X5W3DGMj>

GRANIASTOSŁUP PRAWIDŁOWY SZEŚCIOKĄTNY

$a = 2$

$h = 4$

Wzory **Wartości : P i V**

P_p

P_b

P_c

V

Przekątna ściany bocznej

Dłuższa przekątna graniastosłupa

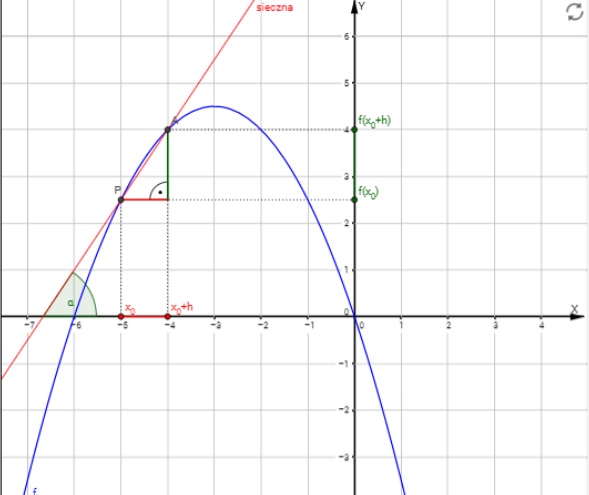
Krótsza przekątna graniastosłupa

Zastosowanie GeoGebry na lekcjach matematyki

<https://www.geogebra.org/m/dJMZa84d>

ILORAZ RÓŻNICOWY

Interpretacja ilorazu różnicowego funkcji



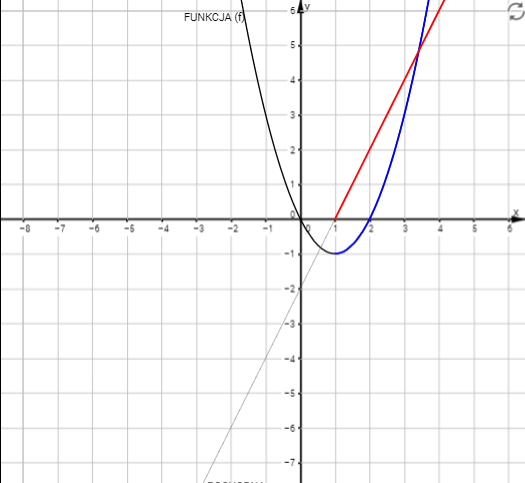
$f(x) = -0.5x^2 - 3x$
 $f(x) = -0.5x^2 - 3x$
 $x_0 = -5$ $h = 1$
 $tg\alpha = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \frac{1.5}{1} = 1.5$
Równanie stycznej: $y = 1.5x + 10$

ILORAZ RÓŻNICOWY funkcji

<https://www.geogebra.org/m/baAzxJnp>

POCHODNA FUNKCJI (monotoniczność funkcji)

Związek pochodnej funkcji z monotonicznością



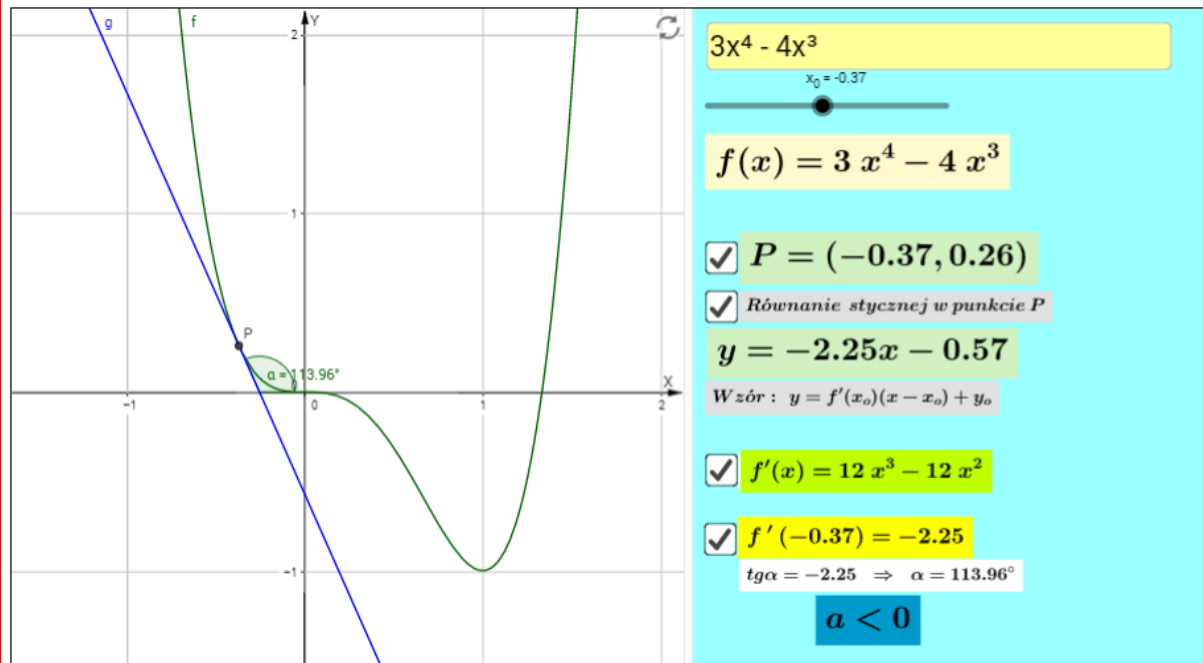
Wpisz wzór funkcji: $f(x) = x^2 - 2x$
 $f(x) = x^2 - 2x$
 $f'(x) = 2x - 2$
 $f'(x) > 0$ - Funkcja rosnąca
 $f'(x) < 0$ - Funkcja malejąca
 $x_0 = 2$
 $f'(x_0) = f'(2) = 2$

Zastosowanie GeoGebry na lekcjach matematyki

<https://www.geogebra.org/m/nKyN7BeF>

STYCZNA DO WYKRESU FUNKCJI

Styczna do wykresu funkcji - interpretacja współczynnika kierunkowego stycznej



<https://www.geogebra.org/m/UJ7t75kb>

SYMETRIA ŚRODKOWA

The figure shows two circles, one blue and one red, centered at points O_1 and O_2 respectively, with a common center of symmetry O at the midpoint of O_1O_2 . The radius r is indicated for both circles.

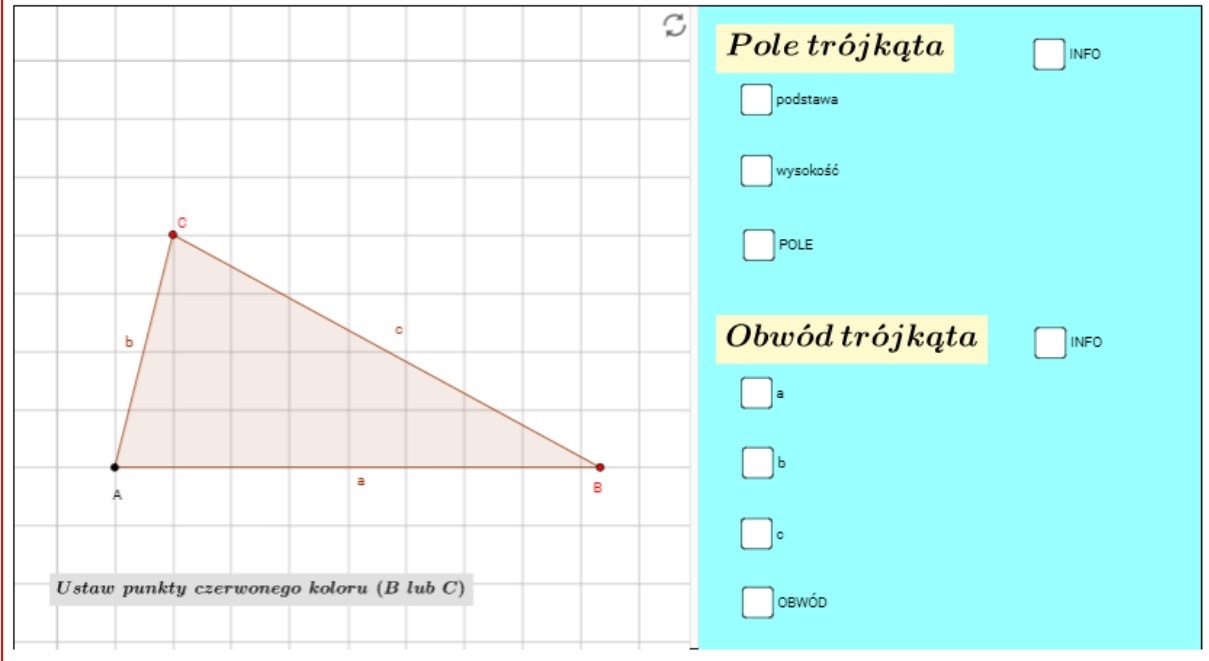
SYMETRIA ŚRODKOWA

- punkt X
- obraz punktu X w symetrii względem punktu O
- odcinek AB
- obraz odcinka AB w symetrii względem punktu O
- trójkąt ABC
- obraz trójkąta ABC w symetrii względem punktu O
- czworokąt ABCD
- obraz czworokąta ABCD w symetrii względem punktu O
- okrąg
- obraz okręgu w symetrii względem punktu O

Zastosowanie GeoGebry na lekcjach matematyki

<https://www.geogebra.org/m/JQnaP7yA>

TRÓJKĄT - pole i obwód



Ustaw punkty czerwonego koloru (B lub C)

Pole trójkąta INFO

podstawa

wysokość

POLE

Obwód trójkąta INFO

a

b

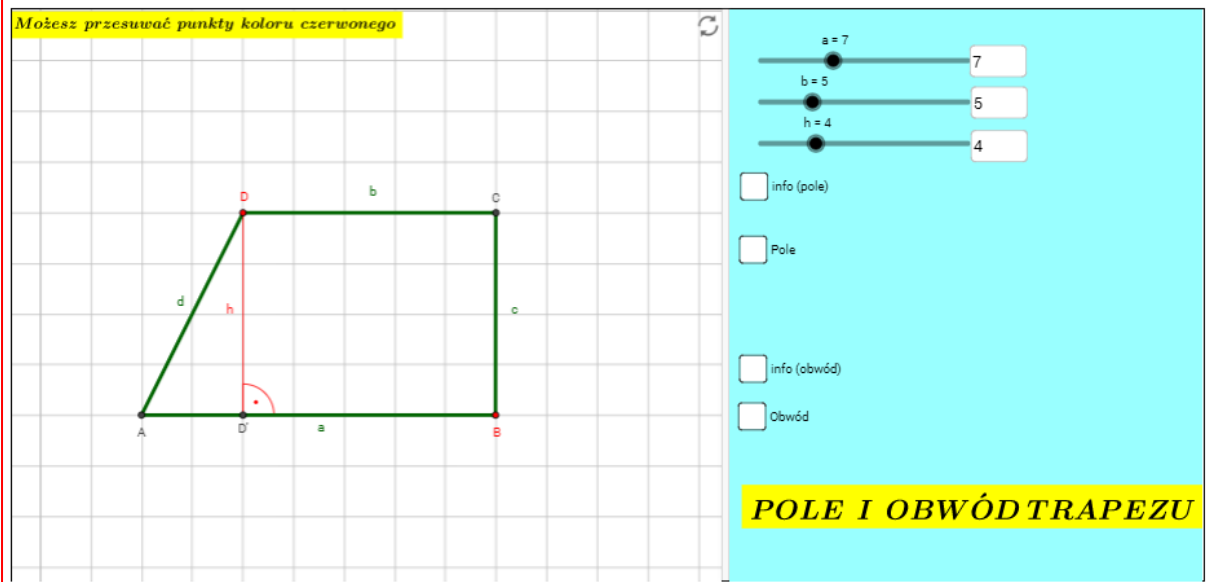
c

OBWÓD

<https://www.geogebra.org/m/jrBjz4Pj>

TRAPEZ - pole i obwód

Możesz przesuwać punkty koloru czerwonego



POLE I OBWÓD TRAPEZU